EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* ….002**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(3,-3)$ şi $B(-3,3)$.

(4p) **b)** Să se determine partea reală a numărului complex $z=(3i)^3$.

(4p) **c)** Să se arate că vectorul $4\vec{i}+3\vec{j}$ are lungimea egală cu 5.

(4p) **d)** Să se dea un exemplu de dreaptă paralelă cu dreapta de ecuație $y-3x-3=0$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{2}+\sin\pi.$

(2p) **f)** Să se calculeze aria unui triunghi care are lungimile laturilor egale cu 3, 4 şi 5.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze câte numere de 3 cifre au suma ultimelor două cifre egală cu 3.

(3p) **b)** Să se dea un exemplu de matrice $A\in M_2(\mathbf{R})$ pentru care $\det(A)=3$.

(3p) **c)** Să se determine numărul real x pentru care $\log_3(3+x)=3$.

(3p) **d)** Să se determine toate elementele $\hat{y}\in\mathbf{Z}_6$ pentru care $\hat{3}\cdot\hat{y}=\hat{3}$.

(3p) **e)** Să se dea un exemplu de trei numere în progresie aritmetică astfel încât suma ultimelor două numere este 3.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sin x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(3x)}{x}$.

(3p) **c)** Să se determine $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(3x)}{x}$.

(3p) **d)** Să se găsească trei puncte de extrem local ale funcției f.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_0^{3\pi} f(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră în $M_2(\mathbf{R})$ matricele $H = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi pentru orice matrice $A \in M_2(\mathbf{R})$ se defineşte funcţia $f_A : \mathbf{C} \to \mathbf{C}$, $f_A(z) = \det(A - z \cdot I_2)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $\det(H)$.

(4p) **b)** Să se arate că pentru orice matrice $A \in M_2(\mathbf{R})$ este adevărată egalitatea $(A + i \cdot I_2)(A - i \cdot I_2) = A^2 + I_2$, unde $i \in \mathbf{C}$, $i^2 = -1$.

(4p) **c)** Să se arate că ecuaţia $f_H(z) = 0$ nu are rădăcini raţionale.

(2p) **d)** Să se găsească două matrice diferite $A, B \in M_2(\mathbf{R})$ pentru care $f_A(1) = f_B(1)$.

(2p) **e)** Să se calculeze $f_H(i)$.

(2p) **f)** Să se arate că $\det(H^2 + I_2) = f_H(i) \cdot f_H(-i)$.

(2p) **g)** Să se arate că pentru orice matrice $X \in M_2(\mathbf{R})$ pentru care $\det(X) = -1$, este adevărată inegalitatea $\det(X^2 + I_2) \geq 4$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcţiile $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = \ln(1 + x^2)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $g'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că *f* şi *g* au acelaşi punct de extrem local.

(4p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{g(x)}{f(x)}$.

(2p) **d)** Să se calculeze $I = \int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **e)** Să se calculeze $J = \int_0^1 g(x)dx$.

(2p) **f)** Să se arate că pentru orice număr real x este adevărată inegalitatea $f(x) \geq g(x)$.

(2p) **g)** Să se arate că $\ln 2 + \dfrac{\pi}{2} \leq \dfrac{7}{3}$.