Ministerul Educației și Cercetării – Serviciul Național de Evaluare și Examinare

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta** ….028*

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate *xOy*, se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,0)$, $C(0,3)$.

(4p) **a)** Să se determine modulul numărului complex $z = 2i \cdot (1+i)$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului $[BC]$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului *ABC*.

(4p) **d)** Să se determine $m, n \in \mathbf{R}$ astfel încât $x + my + n = 0$ să reprezinte ecuația dreptei *AC*.

(2p) **e)** Să se determine coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.

(2p) **f)** Să se determine ecuația cercului de diametru $[AB]$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în intervalul $(-2, \infty)$ ecuația $\log_2(x+2) = 2$.

(3p) **b)** Să se calculeze $3 + 7 + 11 + ... + 39$.

(3p) **c)** Să se determine câte numere naturale pare de 2 cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{0,2,5,7\}$.

(3p) **d)** Să se rezolve în $\mathbf{Z}_6$ ecuația $\hat{4}\hat{x} + \hat{2} = \hat{4}$.

(3p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x \cdot C_5^3 = 20$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R},\ f(x) = \ln(x^{2008} + 1)$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\int_0^1 f'(x)dx$.

(3p) **d)** Să se determine cel mai mare număr real *a* astfel încât $f(x) \geq a$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{nf(1)}{2n+3}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi mulțimile $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbf{Z} \right\}$

şi $G_k = \left\{ A \in G \middle| \det(A) = k \right\}$, $k \in \mathbf{N}$.

(4p) **a)** Să se arate că $I_2, O_2 \in G$.

(4p) **b)** Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.

(4p) **c)** Să se arate că $\det(A) \cdot \det(B) = \det(A \cdot B)$ pentru orice $A, B \in G$.

(2p) **d)** Să se arate că $A \in G$ este inversabilă şi $A^{-1} \in G$ dacă şi numai dacă $A \in G_1$.

(2p) **e)** Să se arate că dacă $G_k \neq \varnothing$, atunci $G_{k^2} \neq \varnothing$.

(2p) **f)** Să se arate că $G_9 \neq \varnothing$.

(2p) **g)** Să se arate că $G_3 = \varnothing$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$ şi $F : [0, \infty) \to \mathbf{R}$,

$F(x) = \int_0^x f(t)\, dt$, $x \geq 0$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(4p) **c)** Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se calculeze $F(x), x \geq 0$.

(2p) **e)** Să se arate că $F(x) \geq 0, \forall x \geq 0$.

(2p) **f)** Să se arate că $f(x)(f'(x) + 1) + xf'(x) = 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se rezolve ecuația $f(x) = \log_2(2 + x^2)$, $x \in \mathbf{R}$.