EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* ….041**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Ştiințe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze $\sin^2\frac{\pi}{2007}+\cos^2\frac{\pi}{2007}$.

(4p) **b)** Să se calculeze produsul $\cos 1°\cdot\cos 2°\cdot\ldots\cdot\cos 179°$.

(4p) **c)** Să se determine $m\in\mathbf{R}$ astfel încât punctul *A*(-*m*,*m*) să aparțină dreptei de ecuație $3x-4y+14=0$.

(4p) **d)** Să se calculeze distanța de la punctul *M*(2,3) la dreapta de ecuație $3x-4y+14=0$.

(2p) **e)** Să se calculeze modulul numărului complex $z=1-i\sqrt{3}$.

(2p) **f)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral pentru care două dintre vârfuri sunt *A*(4,3) şi *B*(8,6).

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în intervalul $(0,\infty)$ ecuația $\log_2 x=-1$.

(3p) **b)** Să se calculeze a_7, dacă în progresia geometrică $(a_n)_{n\geq 1}$ se cunosc $a_1=1$ şi $a_3=4$.

(3p) **c)** Să se calculeze restul împărțirii polinomului $f=X^3+X^2+X+1$ la $g=X+1$.

(3p) **d)** Să se dea un exemplu de funcție neconstantă $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ pentru care $f(-3)=f(3)$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\mathrm{M}=\{1,2,3,\ldots,100\}$ să fie pătrat perfect.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\setminus\{-1\}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$.

(3p) **a)** Să se demonstreze că: $f(x)=x-1+\frac{1}{x+1}, \forall\ x\in\mathbf{R}-\{-1\}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-x)$.

(3p) **d)** Să se determine ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1\left(f(x)-\frac{1}{x+1}\right)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$, unde $a,b,c,d,e,f,g,h \in \mathbf{R}$ și funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\det(Ax+B)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $\det(A)$.

(4p) **b)** Să se demonstreze că $f(0)=eh-fg$.

(4p) **c)** Să se arate că $Ax+B=\begin{pmatrix} ax+e & bx+f \\ cx+g & dx+h \end{pmatrix}, \forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\begin{vmatrix} a & f \\ c & h \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} e & b \\ g & d \end{vmatrix}$.

(2p) **e)** Să se demonstreze că $f(x)=\det(A)\cdot x^2+mx+\det(B), \forall x\in\mathbf{R}$, unde $m=\begin{vmatrix} a & f \\ c & h \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} e & b \\ g & d \end{vmatrix}$.

(2p) **f)** Dacă $A,B\in M_2(\mathbf{R})$, $\det(A+B)=2$ şi $\det(A-B)=2$, să se calculeze $\det(\mathrm{A})+\det(\mathrm{B})$.

(2p) **g)** Dacă $A,B\in M_2(\mathbf{R})$ şi $\det(A-B)=\det(B)=\det(A+B)=2$ să se demonstreze că $\det(Ak+B)=2, \forall k\in\mathbf{R}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:[-1,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=(1+x)^r-1-rx$, unde $r\in\mathbf{R}$, $r>1$ şi se defineşte şirul $(e_n)_{n\geq 1}$ prin $e_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, $\forall n\geq 1$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f(0)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x), x>-1$.

(4p) **c)** Să se rezolve ecuația $f'(x)=0, x>-1$.

(2p) **d)** Să se demonstreze că funcția f este strict descrescătoare pe $[-1,0]$ şi strict crescătoare pe $[0,\infty)$.

(2p) **e)** Să se demonstreze că $(1+x)^r\geq 1+rx; \forall x>-1$.

(2p) **f)** Să se demonstreze că $\frac{e_{n+1}}{e_n}=\left[1-\frac{1}{(n+1)^2}\right]^n\cdot\frac{n+2}{n+1}$ $\forall n\geq 1$.

(2p) **g)** Să se demonstreze că şirul $(e_n)_{n\geq 1}$ este strict crescător.