EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta** ….047*

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $O(0;0)$, $A(0;4)$ și $B(6;0)$.

(4p) **a)** Să se calculeze lungimea segmentului $[AB]$.

(4p) **b)** Să se determine ecuația dreptei AB.

(4p) **c)** Să se determine coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.

(4p) **d)** Să se determine ecuația cercului de diametru $[AO]$.

(2p) **e)** Să se determine raza cercului circumscris triunghiului ABO.

(2p) **f)** Să se calculeze $\operatorname{tg}(O\hat{A}B)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine numărul real pozitiv x dacă $\lg x + \lg 2 = \lg 6$.

(3p) **b)** Să se determine numărul natural n dacă $A_n^2 = 42$.

(3p) **c)** Să se determine rația unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ dacă $a_4 = 5$ și $a_3 = 11$.

(3p) **d)** Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{-7;-1;0;1;2;3\}$ să fie element inversabil față de înmulțire al inelului $(\mathbf{Z},+,\cdot)$.

(3p) **e)** Să se calculeze $(f \circ f)(1)$, dacă $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x+1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^3-3x^2$.

(3p) **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{2x^3}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **d)** Să se determine punctele de inflexiune ale graficului funcției f.

(3p) **e)** Să se determine $\int f(x)dx$, $x\in\mathbf{R}$.

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea $\mathbf{C}$ se consideră legea de compoziție „*” definită astfel

$$x * y = xy - i(x+y) - 1 + i,\ \forall x, y \in \mathbf{C}.$$

(4p) **a)** Să se arate că $x * y = (x-i)(y-i) + i$, $\forall x, y \in \mathbf{C}$.

(4p) **b)** Să se arate că legea de compoziție „*” este asociativă pe mulțimea $\mathbf{C}$.

(4p) **c)** Să se arate că $1+i$ este element neutru pentru legea „*” pe mulțimea $\mathbf{C}$.

(2p) **d)** Să se arate că mulțimea $\mathbf{C} \setminus \{i\}$ este parte stabilă a mulțimii $\mathbf{C}$ în raport cu legea „*”.

(2p) **e)** Să se demonstreze că legea „*” determină pe mulțimea $\mathbf{C} \setminus \{i\}$ o structură de grup.

(2p) **f)** Să se calculeze $i * i^2 * i^3 * i^4$.

(2p) **g)** Să se calculeze $x_1 * x_2 * x_3 * ... * x_{2007}$, unde $x_1, x_2, x_3, ..., x_{2007} \in \mathbf{C}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = e^x \sin x + e^{-x} \cos x$ şi se defineşte şirul $(a_n)_{n\geq 1}$ cu termenul general $a_n = f(2\pi) + f(4\pi) + f(6\pi) + ... + f(2n\pi)$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se arate că $f(0) = 1$.

(4p) **b)** Să se arate că $f'(x) = (e^x - e^{-x})(\sin x + \cos x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$.

(2p) **d)** Să se arate că f este strict descrescătoare pe intervalul $\left[-\frac{\pi}{4};0\right]$ şi strict crescătoare pe intervalul $\left[0;\frac{3\pi}{4}\right]$.

(2p) **e)** Să se arate că $x = 0$ este punct de minim local pentru funcția *f*.

(2p) **f)** Să se arate că $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x)dx \geq \pi$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty} a_n$.