EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

Varianta …**.059**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze conjugatul numărului complex $1+7i$.

(4p) **b)** Să se calculeze distanța de la punctul $D(-1,-2)$ la dreapta $x+y-4=0$.

(4p) **c)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(1,2), B(0,2)$ să aparțină dreaptei de ecuație $ax+by+2=0$.

(4p) **d)** Să se arate că punctele $L(-1,2)$, $M(-2,3)$ şi $N(-3,4)$ sunt coliniare.

(2p) **e)** Să se calculeze lungimea diagonalei pătratului cu perimetrul 20.

(2p) **f)** Să se calculeze perimetrul unui triunghi echilateral cu aria $16\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Dacă într-o progresie geometrică primul termen este -2 şi rația este 2, să se calculeze termenul al patrulea.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{0,1,2,3,4\}$ să verifice relația $n+9<3^n$.

(3p) **c)** Dacă funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x+1$ are inversa $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, să se calculeze $g(2)$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2+7)=3$.

(3p) **e)** Să se calculeze suma rădăcinilor polinomului $f=X^3-X-24\in\mathbf{R}[X]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^3-3x+10$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f'(x)dx$.

(3p) **c)** Să se determine punctele de extrem local ale funcției f.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{5x^3}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimile $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| a \in \mathbf{R}^*, b \in \mathbf{R} \right\}$ şi $H = \left\{ \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| a \in \mathbf{R}^* \right\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in H$.

(4p) **b)** Să se arate că dacă $X, Y \in G$, atunci $X \cdot Y \in G$.

(4p) **c)** Să se arate că dacă $X, Y \in H$, atunci $X \cdot Y \in H$.

(2p) **d)** Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{b}{a} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ sunt două elemente din G, să se calculeze $A \cdot B$ şi $B \cdot A$.

(2p) **e)** Să se arate că dacă $X \in H$, atunci există $Y \in H$ astfel încât $X \cdot Y = Y \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(2p) **f)** Să se arate că mulțimea H înzestrată cu operația de înmulțire a matricelor formează o structură de grup comutativ .

(2p) **g)** Să se calculeze matricea $\begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{2007}$, unde $a \in \mathbf{R}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ şi şirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,
$a_n = f(1) + f(2) + \ldots + f(n),\ \forall n \in \mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se calculeze a_1.

(4p) **b)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(4p) **c)** Să se verifice că $f(x) = \ln(x+1) - \ln x,\ \forall x > 0$.

(2p) **d)** Să se calculeze $f'(x),\ x > 0$.

(2p) **e)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $a_n = \ln(n+1),\ \forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim_{n \to \infty} a_n$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.