EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**062**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{2}+\cos\pi$.

(4p) **b)** Să se calculeze raza cercului circumscris unui triunghi care are lungimile laturilor de 5, 12 şi 13.

(4p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(2,0), B(1,3), C(-1,1)$.

(4p) **d)** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(2,0)$ şi $B(1,3)$.

(2p) **e)** Să se calculeze modulul numărului complex $z=\frac{1-2i}{2+i}$.

(2p) **f)** Să se determine partea reală a numărului complex $\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\cdot\sin\frac{\pi}{3}\right)^{15}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element al mulțimii $\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},...,\sqrt{123}\}$ acesta să fie rațional.

(3p) **b)** Să se determine câte elemente are mulțimea $\{1,3,5,...,23\}$.

(3p) **c)** Să se compare numerele $a=\log_{\frac{1}{2}}8$ şi $b=\log_{\frac{1}{3}}9$.

(3p) **d)** Să se calculeze câte submulțimi cu trei elemente are mulțimea $\{a,b,c,d,e\}$.

(3p) **e)** Să se determine în câte moduri se pot permuta literele cuvântului *cablu* astfel încât literele *b,a,c* să fie mereu alăturate şi în această ordine (de exemplu, *b,a,c,u,l* şi *l,u,b,a,c* sunt corecte).

2.

(3p) **a)** Să se găsească o funcție neconstantă $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ cu proprietatea că $f(2)=f'(2)=0$.

(3p) **b)** Să se dea un exemplu de şir neconstant care are limita egală cu 2.

(3p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}$.

(3p) **d)** Să se dea un exemplu de funcție $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ pentru care $\int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{4}$.

(3p) **e)** Să se arate că funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^3$ este concavă pe $(-\infty,0]$ şi convexă pe $[0,\infty)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea G a matricelor cu 3 linii şi 3 coloane şi care au toate elementele din mulțimea $\{-1,0,1\}$ şi H mulțimea matricelor din G care au proprietatea că suma elementelor pe fiecare linie şi pe fiecare coloană este 0.

Se notează cu $E=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}\in G$ şi $O_3=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei E şi să se determine rangul acesteia.

(4p) **b)** Să se calculeze E^2.

(4p) **c)** Să se calculeze E^{2007}.

(2p) **d)** Să se găsească o matrice $B\in H$, $B\neq O_3$.

(2p) **e)** Să se determine numărul elementelor mulțimii G.

(2p) **f)** Să se arate că $E\cdot A=A\cdot E=O_3$, $\forall A\in H$.

(2p) **g)** Să se arate că $(E+A)^{2007}=E^{2007}+A^{2007}$, $\forall A\in H$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f,g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ definite prin $f(x)=e^{-1+x}$,

$g(x)=f(x)-x$ şi se defineşte şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ cu $x_0=a>1$, $x_{n+1}=f(x_n), \forall n\geq 0$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$ şi $g'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se determine punctele de extrem local ale funcției g.

(4p) **c)** Să se arate că $g(x)>0$, $\forall x>1$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{g(x)}{f(x)}$.

(2p) **e)** Folosind metoda inducției matematice, să se arate că $x_n>1$, $\forall n\geq 0$.

(2p) **f)** Să se arate că şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este crescător.

(2p) **g)** Să se demonstreze că $\displaystyle\int_1^e \frac{1}{x+e^{x-1}}dx<\frac{1}{2}$.