# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**PROBA D**

***Varianta ….063***

**Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

(4p) **a)** Să se calculeze modulul vectorului $\vec{v} = \sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(10,0,1)$ și $C(1,0,10)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{6}$.

(4p) **d)** Să se determine coordonatele simetricului punctului $B(2,1)$ față de axa $Ox$.

(2p) **e)** Să se determine raza cercului de ecuație $x^2 + y^2 = 1$.

(2p) **f)** Să se determine $a,b \in \mathbf{R}$ astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe

$$\frac{i-1}{i+1} = a + bi.$$

**SUBIECTUL II ( 30p )**

**1.**

(3p) **a)** Să se rezolve în $\mathbf{Z}_6$ ecuația $\hat{5} \cdot \hat{x} = \hat{2}$.

(3p) **b)** Să se calculeze produsul $(2^{10}-1)(2^9-1)...(2^{-9}-1)(2^{-10}-1)$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\log_2 x^2 = 2$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x + 25^x = 30$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $2^n > n^2$.

**2.** Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin x - x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$.

(3p) **d)** Să se arate că funcția $f$ este strict descrescătoare pe $\mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^3}$.

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $AB$ şi $BA$.

(4p) **b)** Să se calculeze determinantul şi rangul matricei $A$.

(4p) **c)** Să se verifice că $A^2 = B^2 = I_3$.

(2p) **d)** Să se arate că matricea $A$ este inversabilă şi să se determine inversa acesteia.

(2p) **e)** Să se calculeze determinantul matricei $X = A + A^2 + ... + A^{2007}$.

(2p) **f)** Să se arate că pentru orice matrice $C \in M_3(\mathbf{R})$, există o unică matrice $Y \in M_3(\mathbf{R})$ astfel încât $AY = C$.

(2p) **g)** Să se arate că $(AB)^n \neq I_3, \forall n \in \mathbf{N}^*$.

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x+4)^{2008}-x^{2008}$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se verifice că $f(-2-x)+f(-2+x)=0, \forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că funcția $f$ este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se rezolve ecuația $f(x)=0$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x^{2007}}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_{-4}^{0} f(x)dx$.

(2p) **g)** Să se arate că funcția $f$ este concavă pe $(-\infty,-2]$ şi convexă pe $[-2,\infty)$.