# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**PROBA D**

*Varianta* ….**066**

**Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**

## SUBIECTUL I ( 20p )

**(4p)** **a)** Să se determine coordonatele simetricului punctului $A(2,0)$ față de originea axelor de coordonate.

**(4p)** **b)** Să se calculeze modulul numărului complex $\frac{2+3i}{3+2i}$.

**(4p)** **c)** Să se determine cel mai mic dintre numerele $a=\cos\frac{\pi}{6}$ și $b=\cos\frac{\pi}{8}$.

**(4p)** **d)** Să se arate că punctul $A(\sqrt{2},\sqrt{2})$ aparține cercului de ecuație $x^2+y^2=4$.

**(2p)** **e)** Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(1,2,3)$ și $B(3,2,1)$.

**(2p)** **f)** Să se determine $a\in\mathbf{R}$, astfel încât vectorii $\vec{v}=a\vec{i}+\vec{j}$ și $\vec{w}=\vec{i}+2\vec{j}$ să fie perpendiculari.

## SUBIECTUL II ( 30p )

**1.**

**(3p)** **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2}=\sqrt{2x+1}$.

**(3p)** **b)** Să se arate că numărul $\log_2 8-\log_3 9$ este întreg.

**(3p)** **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2+x-2=0$.

**(3p)** **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x+16^x=20$.

**(3p)** **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $3n<2^n$.

**2.** Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=3x-\sin x$.

**(3p)** **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

**(3p)** **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

**(3p)** **c)** Să se calculeze $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

**(3p)** **d)** Să se arate că funcția $f$ este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

**(3p)** **e)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-n}\right)$.

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră polinomul $f=(X+i)^{10}+(X-i)^{10}$ cu forma algebrică

$f=a_{10}X^{10}+a_9X^9+...+a_1X+a_0,\ a_k\in\mathbf{C},\ k\in\{0,1,2,\ldots,10\}$.

**(4p)** **a)** Să se calculeze $f(0)$.

**(4p)** **b)** Să se determine $a_{10}$ şi $a_0$.

**(4p)** **c)** Să se calculeze suma coeficienților polinomului $f$.

**(2p)** **d)** Să se calculeze $f(i)$.

**(2p)** **e)** Să se arate că polinomul $f$ are toți coeficienții numere reale.

**(2p)** **f)** Să se arate că, dacă $z\in\mathbf{C}$ este o rădăcină a lui $f$, atunci $|z+i|=|z-i|$.

**(2p)** **g)** Să se arate că toate rădăcinile polinomului $f$ sunt reale.

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x+1)^{2006}-2006x-1$.

**(4p)** **a)** Să se calculeze $f'(x),\ x\in\mathbf{R}$.

**(4p)** **b)** Să se calculeze $f(0)$ şi $f'(0)$.

**(4p)** **c)** Să se arate că funcția $f$ este convexă pe $\mathbf{R}$.

**(2p)** **d)** Să se arate că $f(x)\geq 0\quad\forall x\in\mathbf{R}$.

**(2p)** **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}$.

**(2p)** **f)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

**(2p)** **g)** Să se arate că $(x+1)^{2007}\geq 2007\cdot 1003x^2+2007x+1,\ \forall x\geq 0$.