

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

Varianta074

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului $[AB]$, unde $A(3,5)$ și $B(4,6)$.
- (4p) b) Să se scrie conjugatul numărului complex $12 - i$.
- (4p) c) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu perimetrul 6.
- (4p) d) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3}$.
- (2p) e) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$, unde $A(2,3)$ și $B(4,5)$.
- (2p) f) Să se scrie ecuația tangentei la cercul de ecuație $x^2 + y^2 = 2$ în punctul $T(1,1)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se determine inversa matricei $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- (3p) b) Să se arate că $\log_2 2\sqrt{2} \in \mathbf{Q}$.
- (3p) c) Să se rezolve ecuația $\hat{3} \cdot \hat{x} = \hat{0}$ în \mathbf{Z}_6 .
- (3p) d) Să se determine rădăcinile reale ale ecuației $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.
- (3p) e) Să se determine numărul de submulțimi cu 3 elemente pe care le are o mulțime cu 5 elemente.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^{2006}}$.

- (3p) a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) d) Să se determine ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f .
- (3p) e) Să se calculeze $\int f(x) dx$, $x \in (0, \infty)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $G = (5, \infty)$, iar pe \mathbf{R} se definește legea de compoziție $x * y = xy - 5x - 5y + 30$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se calculeze $x * y - (x - 5)(y - 5) - 5$, $x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că $x * y \in G$, $\forall x, y \in G$.
- (4p) c) Să se arate că $(x * y) * z = x * (y * z)$, $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine elementul neutru al legii de compoziție “*”.
- (2p) e) Să se determine $x \in G$ pentru care există $x' \in G$ astfel încât $x * x' = 6$.
- (2p) f) Să se arate că $(G, *)$ este un grup comutativ.
- (2p) g) Să se rezolve ecuația $5^x * \sqrt{5^x} = 5$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 4x + 5}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(x) - 1 + \frac{4x + 8}{x^2 + 4x + 5}$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se determine punctele de extrem local ale funcției f .
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} [f(n)]^n$.
- (2p) f) Să se determine primitivele funcției f .
- (2p) g) Să se arate că $\int_0^1 f(x) dx < 0$.