EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….078**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze modulul vectorului $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei triunghiului dreptunghic isoscel în care catetele au lungimea $2\sqrt{2}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{6} \cdot \cos\frac{\pi}{6}$.

(4p) **d)** Să se determine partea reală a numărului complex $\left(\sqrt{3} - i\right)^2 + \left(\sqrt{3} + i\right)^2$.

(2p) **e)** Să se calculeze lungimea diagonalei unui paralelipiped dreptunghic de dimensiuni 4,5 și 6.

(2p) **f)** Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $M(a, b)$ și $N(b-1, 3a)$ să aparțină dreptei de ecuație $y - 2x = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în $\mathbf{Z}_7$ ecuația $\hat{5} \cdot \hat{x} = \hat{4}$.

(3p) **b)** Să se calculeze restul împărțirii polinomului $f = X^3 - 2X + 4$ la polinomul $g = X + 1$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\left(\log_2 x\right)^2 = \log_2 x$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x = 3^{x+1}$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $C_6^n < 10$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x - \operatorname{arctg} \cdot x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f'(x)dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.

(3p) **d)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ şi $C = A\cdot B - B\cdot A$.

(4p) **a)** Să se determine matricele A^2 şi B^2.

(4p) **b)** Să se verifice că $A\cdot B \neq B\cdot A$.

(4p) **c)** Să se calculeze determinantul şi rangul matricei A.

(2p) **d)** Să se determine matricea C^2.

(2p) **e)** Să se arate că matricea C este inversabilă şi să se calculeze inversa sa.

(2p) **f)** Să se determine suma elementelor matricei $C + C^2 + C^3 + ... + C^{2007}$.

(2p) **g)** Să se arate că există $X, Y \in M_2(\mathbf{R})$, $X \neq Y$, astfel încât $AX = BY$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to \mathbf{R}$, $f(x)=\ln(x+1)-\ln x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,\infty)$.

(4p) **b)** Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(0,\infty)$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} xf(x)$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)dx$.

(2p) **f)** Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.

(2p) **g)** Să se rezolve în intervalul $(0,\infty)$ ecuația $f(x)+f(x^2)+f(x^3)=3\ln 2$.