EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**082**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate *xOy*, se consideră punctele $A_n(n,0)$ și $B_n(0,n)$, unde $n \in \{1,2,3,4\}$ și se notează cu M mulțimea formată din toate aceste 8 puncte.

(4p) **a)** Să se calculeze distanța dintre punctele A_4 și B_3.

(4p) **b)** Să se determine ecuația dreptei A_2B_4.

(4p) **c)** Să se determine ecuația paralelei prin B_2 la dreapta A_2B_4.

(4p) **d)** Să se calculeze aria triunghiului $A_1A_3B_3$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\sin\left(A_1\hat{A_3}B_3\right)$.

(2p) **f)** Să se calculeze câte drepte distincte determină toate punctele mulțimii M.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze $a+b$ dacă numerele $1,a,3,b,5$ sunt, în această ordine, în progresie aritmetică.

(3p) **b)** Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$ pentru care $\frac{(n+5)!}{(n+4)!} = 10$.

(3p) **c)** Să se rezolve în $\mathbf{Z}_7$ ecuația $\hat{3} \cdot \hat{x} = \hat{4}$.

(3p) **d)** Să se calculeze numărul funcțiilor $f:\{3,4,5\} \to \{3,4,5\}$ pentru care $f(4)$ este număr impar.

(3p) **e)** Să se calculeze în câte feluri se poate alcătui o echipă de cercetare formată din 3 specialiști, dintre care cel puțin un biolog și un chimist, dacă avem la dispoziție 3 biologi și 4 chimiști.

2. Se consideră funcția $f:(0,\infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0,\infty)$.

(3p) **b)** Să se determine ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f.

(3p) **c)** Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(0,\infty)$.

(3p) **d)** Să se determine cel mai mare dintre numerele $a = f(\sqrt{3})$ și $b = f(\sqrt{5})$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 3 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze AB şi BA.

(4p) **b)** Să se calculeze determinantul matricei A.

(4p) **c)** Să se determine rangul matricei A.

(2p) **d)** Să se verifice că $A^2 = B^2 = I_3$.

(2p) **e)** Să se arate că matricea A este inversabilă şi să se determine inversa acesteia.

(2p) **f)** Să se calculeze determinantul matricei $X = A + A^2 + ... + A^{2007}$.

(2p) **g)** Să se arate că $(AB)^n \neq I_3, \forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:[0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f(x)=\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}, \quad \forall x\in[0,\infty)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x), \ x\in(0,\infty)$.

(4p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $[0,\infty)$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\left(f(1)+f(2)+...+f(n)\right)$.

(2p) **g)** Folosind eventual punctul d), să se arate că $\int_0^1 \dfrac{x^3}{(x+1)(x+2)}dx \le \dfrac{1}{8}$.