

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D**
*Varianta ...084*

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se calculeze modulul numărului complex  $2i$ .
- (4p) b) Să se calculeze lungimea ipotenuzei într-un triunghi dreptunghic cu catetele de lungimi 5 și 12.
- (4p) c) Să se calculeze  $\sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6}$ .
- (4p) d) Să se calculeze produsul scalar al vectorilor  $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$  și  $\vec{w} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$ .
- (2p) e) Să se determine  $\alpha > 0$  astfel încât aria triunghiului cu vârfurile în punctele  $A(5, -2)$ ,  $B(\alpha, \alpha)$  și  $C(4, -2)$  să fie 2.
- (2p) f) Să se determine  $a, b \in \mathbf{R}$  astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe
- $$\frac{3+i}{3i-1} = a + bi.$$

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se calculeze  $\hat{5}^{2007}$  în  $\mathbf{Z}_8$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $\frac{C_8^5}{C_8^3}$ .
- (3p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația  $\log_5 x + \log_5 3 = 2$ .
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^x + 2^x = 6$ .
- (3p) e) Să se calculeze probabilitatea ca un element  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  să verifice relația  $\sqrt{n} < 2$ .

**2.** Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx$ .
- (3p) d) Să se arate că funcția  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $(-2, 2)$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3\sqrt{n} + 1}{2\sqrt{n} - 1}$ .

Proba D. Programa M1. Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

**Varianta 084**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- (4p) a) Să se calculeze determinantul și rangul matricei  $A$ .
- (4p) b) Să se calculeze matricele  $A^2$  și  $A^3$ .
- (4p) c) Să se verifice că  $A^3 + A^2 + A = O_3$ .
- (2p) d) Să se găsească o matrice  $B \in M_3(\mathbf{R})$ ,  $B \neq O_3$ , cu proprietatea  $AB = BA = O_3$ .
- (2p) e) Să se arate că  $A^4 = A$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $A^{2007}$ .
- (2p) g) Să se arate că  $I_3 \neq aA + bA^2 + cA^3$ ,  $\forall a, b, c \in \mathbf{R}$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \ln(x^2 + 2) - \ln(x^2 + 1)$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ .
- (4p) c) Să se arate că funcția  $f$  este strict crescătoare pe intervalul  $(-\infty, 0]$  și strict descrescătoare pe intervalul  $[0, \infty)$ .
- (2p) d) Să se arate că  $0 < f(x) \leq \ln 2$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .
- (2p) e) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .
- (2p) f) Să se arate că  $\int_0^x \ln(t^2 + a^2) dt = x \ln(x^2 + a^2) - 2x + 2a \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$ ,  
 $\forall x \in \mathbf{R}, \forall a \in \mathbf{R}^*$ .
- (2p) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ .