EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….097**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine lungimea segmentului $[AB]$ cu extremitățile în punctele $A(1,0,1)$ și $B(0,1,0)$.

(4p) **b)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(1,1,1)$ la planul de ecuație $x+y+z-6=0$.

(4p) **c)** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}$.

(4p) **d)** Să se calculeze aria totală a cubului cu latura 1.

(2p) **e)** Să se determine soluțiile complexe ale ecuației $x^3+8=0$.

(2p) **f)** Să se calculeze aria cercului cu raza $R=3$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze inversul lui $\hat{3}$ în inelul $(\mathbf{Z}_5,+,\cdot)$.

(3p) **b)** Să se determine suma primilor 2007 termeni ai progresiei geometrice $1,-1,1,-1,\ldots$.

(3p) **c)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $\log_3(x^2+2)=3$.

(3p) **d)** Să se determine mulțimea $\{x\in\mathbf{R} \mid x^2+1>0\}$.

(3p) **e)** Să se determine probabilitatea ca un element al mulțimii $\{0,1,2,...,20\}$ să fie divizibil cu 9.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}^*\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{1}{x}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}^*$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} nf(n)$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea M formată din toate matricele cu 3 linii şi 3 coloane cu proprietatea că elementele fiecărei matrice din mulțimea M formează mulțimea $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că, dacă $A=\begin{pmatrix}1&4&7\\2&5&8\\3&6&9\end{pmatrix}$, atunci $A\in M$.

(4p) **b)** Să se determine numărul elementelor mulțimii M.

(4p) **c)** Să se calculeze determinantul matricei $A=\begin{pmatrix}1&4&7\\2&5&8\\3&6&9\end{pmatrix}$.

(2p) **d)** Să se găsească o matrice $C\in M$, astfel încât $\det(C)\neq 0$.

(2p) **e)** Să se arate că dacă $B\in M$ este o matrice inversabilă, atunci $B^{-1}\notin M$.

(2p) **f)** Să se arate că dacă $D\in M$, atunci $\operatorname{rang}(D)\in\{2,3\}$.

(2p) **g)** Să se arate că mulțimea M conține cel puțin 9 matrice cu determinantul egal cu 0.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(\ln\left(x+\frac{2}{3}\right)-\ln x\right)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,\infty)$.

(4p) **b)** Să se arate că $f''(x)=\frac{4}{3x^2(3x+2)^2}$.

(4p) **c)** Să se arate că funcția f' este strict crescătoare pe intervalul $(0,\infty)$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty} f''(x)$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_1^e f'(x)dx$.

(2p) **f)** Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(0,\infty)$.

(2p) **g)** Să se arate că $\left(1+\frac{2}{3n}\right)^{n+\frac{1}{3}}>\left(1+\frac{2}{3(n+1)}\right)^{n+\frac{4}{3}}$, $\forall n\in\mathbf{N}^*$.