EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* ….098**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate *Oxy* se consideră punctele $A(1,-1)$, $B(4,2)$, $C(0,6)$.

(4p) **a)** Să se determine conjugatul numărului complex $(2-3i)^2$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului $[AC]$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului *ABC*.

(4p) **d)** Să se calculeze $\sin\left(\widehat{ABC}\right)$.

(2p) **e)** Să se determine $m,n\in\mathbf{R}$ astfel încât $x+my+n=0$ să reprezinte ecuația dreptei *AC*.

(2p) **f)** Să se calculeze distanța de la punctul *B* la dreapta *AC*.

SUBIECTUL II (30p)

1. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție

$x*y=xy-2x-2y+6$, $\forall x,y\in\mathbf{R}$.

(3p) **a)** Să se determine $e\in\mathbf{R}$ astfel încât $x*e=e*x=x$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3*x=11$.

(3p) **c)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix}4 & C_5^2\\ 3 & 2\end{vmatrix}$.

(3p) **d)** Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2007x-2006$. Să se calculeze $(f\circ f)(1)$.

(3p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\dfrac{x+2}{27}=-3$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+1}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\int_0^1 f'(x)dx$.

(3p) **d)** Să se determine ecuația asimptotei spre ∞ la graficul funcției f .

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f(n)}{2007n}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numerele complexe $\varepsilon = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, $w = 1+\varepsilon$ şi mulțimile

$G = \{a+\varepsilon b \mid a,b \in \mathbf{Z}\}$ şi $H = \{z \in G \mid \exists z' \in G, z \cdot z' = 1\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $1 \in G, w \in G$.

(4p) **b)** Să se arate că $\varepsilon^2 = -\varepsilon - 1$ şi $\varepsilon^3 = 1$.

(4p) **c)** Să se arate că dacă $z_1, z_2 \in G$ atunci $z_1 + z_2 \in G$ şi $z_1 z_2 \in G$.

(2p) **d)** Să se arate că $w \in H$.

(2p) **e)** Să se calculeze w^{2007}.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $z \in H$, atunci $|z| = 1$.

(2p) **g)** Să se determine mulțimea *H*.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : [0,\infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = ln(1+x) - x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in [0,\infty)$.

(4p) **b)** Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $[0,\infty)$.

(4p) **c)** Să se arate că $f(x) \le 0$, $\forall x \ge 0$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$.

(2p) **e)** Să se determine funcția $F : [0,\infty) \to \mathbf{R}$, unde $F(x) = \int_0^x f(t)dt$, $x \in [0,\infty)$.

(2p) **f)** Să se arate că funcția F este descrescătoare pe $[0,\infty)$.

(2p) **g)** Să se arate că $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < 3, \forall n \in \mathbf{N}^*$.