

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ...004**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) În sistemul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(6,2)$ ,  $B(2,6)$ ,  $C(0,-4)$ . Să se demonstreze că triunghiul  $ABC$  este dreptunghic.
- (4p) b) Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele  $A(6,2)$ ,  $B(2,6)$ ,  $C(0,-4)$ .
- (4p) c) Să se determine  $\alpha \in \mathbf{R}$  astfel încât punctul  $M(\alpha, \alpha + 1)$  să aparțină dreptei de ecuație  $2x + 3y - 8 = 0$ .
- (4p) d) Să se determine numerele reale  $a$  și  $b$  astfel încât dreapta de ecuație  $ax + by = 1$  să treacă prin punctele  $A(6,2)$ ,  $B(2,6)$ .
- (2p) e) Să se calculeze aria unui triunghi cu lungimile laturilor de 6, 8 și 10.
- (2p) f) Să se calculeze partea reală a numărului complex  $\frac{1+i}{2-i}$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**

1. Se consideră mulțimea  $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ .

- (3p) a) Să se determine câte submulțimi cu două elemente are mulțimea  $A$ .
- (3p) b) Să se determine câte numere de două cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii  $A$ .
- (3p) c) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii  $A$  să fie număr impar.
- (3p) d) Să se calculeze numărul total de submulțimi ale mulțimii  $A$ .
- (3p) e) Să se determine probabilitatea ca un element  $x \in \{1,2,3,4,5,6,7\}$  să fie soluție a ecuației  $2x^2 - 5x + 3 = 0$ .

2. Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{x-2007}{x+1}$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1\}$ .
- (3p) b) Să se arate că  $f(-1-x) + f(-1+x) = 2$ ,  $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{-1,0\}$ .
- (3p) c) Să se arate că funcția  $f$  este crescătoare pe  $(-1, \infty)$ .
- (3p) d) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .
- (3p) e) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 004**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Pe  $\mathbf{R}$  se consideră legea de compoziție "\*" definită prin  $x * y = xy - 7x - 7y + 56$

- (4p) a) Să se verifice că  $x * y = (x - 7)(y - 7) + 7, \forall x, y \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se arate că  $x * (y * z) = (x * y) * z, \forall x, y, z \in \mathbf{R}$ .
- (4p) c) Să se rezolve ecuația  $7^x * 49^x = 7, x \in \mathbf{R}$ .
- (2p) d) Să se demonstreze că mulțimea  $G = (7, \infty)$  este parte stabilă a lui  $\mathbf{R}$  în raport cu legea de compoziție "\*".
- (2p) e) Să se rezolve inecuația  $x * (x - 1) * (x - 2) < 7, x \in \mathbf{R}$ .
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze egalitatea  
 $x_1 * x_2 * \dots * x_n = (x_1 - 7)(x_2 - 7) \dots (x_n - 7) + 7, \forall x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*$ .
- (2p) g) Să se calculeze  $1 * 2 * 3 * \dots * 2007$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+1)(x^2+2x+2)}$ .

- (4p) a) Să se demonstreze că are loc egalitatea  $f(x) = \frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{(x+1)^2+1}, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se calculeze  $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(9)$ .
- (4p) c) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției f.
- (2p) d) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 f(x))$ .
- (2p) e) Să se calculeze aria cuprinsă între graficul funcției f, axa Ox și dreptele verticale de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ .
- (2p) g) Să se calculeze  $\int_0^1 \left( f(x) + \frac{1}{(x+1)^2+1} \right) dx$ .