

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta019

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze distanța dintre punctele $A(1, 2)$ și $B(2, 1)$.
- (4p) b) Să se determine $m, n \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(1, 2)$ și $B(2, 1)$ să aparțină drepte de ecuație $y = mx + n$.
- (4p) c) Să se arate că triunghiul cu vârfurile $A(0, \sqrt{3})$, $B(-1, 0)$ și $C(1, 0)$ este echilateral.
- (4p) d) Să se calculeze $2 \cdot \sin^2 45^\circ$.
- (2p) e) Să se calculeze numărul complex $(1 - i)(1 + i)$.
- (2p) f) Să se calculeze aria unui triunghi dreptunghic cu un unghi de 30° și lungimea ipotenuzei egală cu 2.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2$.
- (3p) b) Să se calculeze $5! - 3!$.
- (3p) c) Să se rezolve ecuația $3^x = \frac{1}{3}$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) d) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^5 + 1$ la polinomul $g = X - 2$.
- (3p) e) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - 2$. Să se calculeze $(f \circ f)(1)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + 3x^2$.

- (3p) a) Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se determine punctele de extrem ale funcției f .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x \cdot f'(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 019

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și

mulțimea $G = \{X(a) \mid X(a) = I_2 + a \cdot A, a \in \mathbf{R}\}$.

- (4p) a) Să se calculeze A^2 .
- (4p) b) Să se arate că $I_2 \in G$.
- (4p) c) Să se arate că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b)$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se calculeze $X(2) \cdot X(-2)$.
- (2p) e) Să se calculeze $X(-2007) \cdot X(-2006) \cdot \dots \cdot X(0) \cdot X(1) \cdot \dots \cdot X(2007)$.
- (2p) f) Folosind metoda inducției matematice, să se arate că $(X(a))^n = X(na)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$,
 $\forall a \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât $(X(a))^{2007} = X(1)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se arate că funcția $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = \ln(1+x^2)$ este o primitivă a funcției f .
- (2p) d) Să se arate că $-1 \leq f(x) \leq 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot f(x)$.
- (2p) f) Să se arate că $\int_a^b f(x) dx = \ln \frac{1+b^2}{1+a^2}$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \int_0^{\frac{1}{x}} f(t) dt$.