

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta038
Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.
La toate subiectele se cer rezolvări complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze numărul complex $(2+i)^2 - (2-i)^2$.
- (4p) b) Să se calculeze numărul $\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3}$.
- (4p) c) Să se determine aria triunghiului ABC cu vârfurile $A(2, 3)$, $B(-2, 5)$ și $C(-3, -2)$.
- (4p) d) Să se determine partea reală a numărului complex $z = \frac{1}{3-i}$.
- (2p) e) Să se găsească soluțiile ecuației $\sin x = 0$, pentru $x \in [0, \pi]$.
- (2p) f) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele $A(2, 3)$ și $B(-2, 5)$.

SUBIECTUL II (30p)
1. Se consideră polinomul $f = X^3 - X^2 + X - 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{C}$.

- (3p) a) Să se arate că $f = (X - 1)(X^2 + 1)$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii $\{-1, 0, 1\}$ să fie rădăcină a polinomului f .
- (3p) c) Să se determine rădăcinile polinomului f .
- (3p) d) Să se calculeze $x_1 + x_2$ și $x_1 \cdot x_2$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile complexe, care nu sunt reale, ale polinomului f .
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $f(\log_3 x) = 0$, $x \in (0, \infty)$.
- 2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -x^2 + 4$.**
- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- (3p) c) Să se determine punctul de extrem al funcției f .
- (3p) d) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe $(0, \infty)$.
- (3p) e) Să se calculeze aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele verticale de ecuații $x = -2$ și $x = 2$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale
Varianta 038

SUBIECTUL III (20p)

Pe mulțimea \mathbf{R} , definim legea de compoziție $x \circ y = xy - x - y + 2, \forall x, y \in \mathbf{R}$. Fie

$$G = (1, +\infty).$$

- (4p) a) Să se arate că $x \circ y = (x-1)(y-1) + 1, \forall x, y \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că dacă $x, y \in G$, atunci $x \circ y \in G$.
- (4p) c) Să se demonstreze că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in G$.
- (2p) d) Să se arate că există $e \in G$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in G$.
- (2p) e) Să se rezolve ecuația $3 \circ x \circ 3 = 9, x \in G$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că
- $$\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } n \text{ ori}} = (x-1)^n + 1, \forall x \in G, \forall n \in \mathbf{N}^*.$$
- (2p) g) Să se calculeze $\underbrace{2 \circ 2 \circ \dots \circ 2}_{\text{de } 2007 \text{ ori}}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{2(x-1)}{x+1}$ și $g(x) = f(x) - \ln x$.

- (4p) a) Să se arate că $g'(x) = -\frac{(1-x)^2}{x \cdot (1+x)^2}$, pentru $x \in (0, +\infty)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f(1), g(1)$ și $g'(1)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) d) Să se arate că dreapta de ecuație $x = 0$ este asimptotă verticală la graficul funcției g .
- (2p) e) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.
- (2p) f) Să se arate că funcția g este descrescătoare pe intervalul $[1, +\infty)$.
- (2p) g) Să se demonstreze că $\frac{2(x-1)}{x+1} \leq \ln x, \forall x \in [1, +\infty)$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale