

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ...044**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex  $z = 3i$ .
- (4p) b) Să se calculeze  $\sin^2 \frac{7\pi}{12} + \cos^2 \frac{7\pi}{12}$ .
- (4p) c) Să se determine numărul întreg  $m$  știind că punctul  $M(3, m)$  este situat pe dreapta de ecuație  $y - 2x + m = 0$ .
- (4p) d) Să se calculeze distanța dintre punctele  $N(2, -3)$  și  $P(5, 1)$
- (2p) e) Să se calculeze volumul unui cub care are lungimea diagonalei egală cu  $3\sqrt{3}$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$ , folosind eventual formula  $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$ , adevărată pentru orice  $x, y \in \mathbf{R}$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**

 1. Se consideră funcțiile  $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 5x - 1$  și  $g(x) = \frac{x+1}{5}$ 

- (3p) a) Să se determine numerele întregi  $x$ , care verifică egalitatea  $f(x) = x^2 + 3$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$ .
- (3p) c) Să se determine două numere întregi  $a$  și  $b$  pentru care  $f(a) < g(b)$ .
- (3p) d) Să se determine un număr întreg  $k$  pentru care  $1 < g(k) < 2$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $(g \circ f)(x) - x, \forall x \in \mathbf{R}$ .

 2. Se consideră funcția  $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $h(x) = e^x - 1 - x$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $h'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) b) Să se determine coordonatele punctului de extrem local al funcției  $h$ .
- (3p) c) Să se arate că  $h(x) \geq 0, \forall x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) d) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x)}{x}$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_0^1 h(x) dx$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 044**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție " $\circ$ " prin :

$$x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2, \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

- (4p) a) Să se arate că  $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1, \forall x, y \in \mathbf{R}.$
- (4p) b) Să se arate că  $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbf{R}.$
- (4p) c) Să se determine numărul real  $a$  care verifică egalitatea  $a \circ x = x, \forall x \in \mathbf{R}.$
- (2p) d) Să se determine numărul real  $b$  care verifică egalitatea  $b \circ x = b, \forall x \in \mathbf{R}.$
- (2p) e) Să se calculeze  $A = (-5) \circ (-4) \circ (-3) \circ (-2) \circ (-1).$
- (2p) f) Să se determine numerele reale  $t > 0$  pentru care  $1 + (\log_2 t) \circ (\log_3 t) = 0.$
- (2p) g) Să se determine două numere  $a, b \in \mathbf{Q} - \mathbf{Z}$  pentru care  $a \circ b \in \mathbf{Z}.$

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^4 - 4x + 1.$

- (4p) a) Să se calculeze  $f'(x), x \in \mathbf{R}.$
- (4p) b) Să se arate că  $f(x) \geq 2x \cdot (x - 2), \forall x \in \mathbf{R}.$
- (4p) c) Să se determine punctul de extrem local al funcției  $f.$
- (2p) d) Să se arate că funcția  $f$  este crescătoare pe  $[1, \infty).$
- (2p) e) Să se arate că  $f(x) \geq -2, \forall x \in \mathbf{R}.$
- (2p) f) Să se calculeze  $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx.$
- (2p) g) Să se arate că  $\int_e^{e^2} \frac{x-2}{f(x)} dx \leq \frac{1}{2},$  folosind eventual b).