

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...060

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{4+5i}{6+7i}$.
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(4,5)$ la punctul $E(5,4)$.
- (4p) c) Să se calculeze $\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{3}$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(0,1)$, $M(0,2)$ și $N(0,3)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului ABC cu $AB=10$, $AC=12$ și $m(\hat{A})=60^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze diagonala unui pătrat cu aria 144.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze determinantul matricii $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 12 & 2 & 0 \\ 1 & 10 & 3 \end{pmatrix}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $x \in \{1,2,\dots,90\}$ să fie pătrat perfect.
- (3p) c) Dacă funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x+1$, are inversa $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, să se calculeze $g(3)$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^3 - x = 0$.
- (3p) e) Să se calculeze produsul tuturor rădăcinilor polinomului $f = X^4 + X^3 + X + 1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3^x + x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f nu are puncte de extrem local.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) e) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) = 3^{2x} + x$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 060

SUBIECTUL III(20p)

- (4p) a) Să se arate că $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} - \frac{(x+y)^2}{a+b} = \frac{(xb-ya)^2}{ab(a+b)}$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$ și $\forall a, b \in (0, \infty)$.
- (4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{3} = \frac{(x+x^2)^2}{5}$.
- (4p) c) Să se arate că $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$ și $\forall a, b \in (0, \infty)$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbf{R}$ și $\forall a_1, a_2, \dots, a_n \in (0, \infty)$, avem inegalitatea $\frac{x_1^2}{a_1} + \frac{x_2^2}{a_2} + \dots + \frac{x_n^2}{a_n} \geq \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$.
- (2p) e) Să se arate că $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{x+z} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{x+y+z}{2}$, $\forall x, y, z \in (0, \infty)$.
- (2p) f) Să se arate că $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{9}{2(a+b+c)}$, $\forall a, b, c \in (0, \infty)$.
- (2p) g) Să se arate că, dacă $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n \in (0, \infty)$, atunci $(a_1^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1 b_1 + \dots + a_n b_n)^2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln\left(e^x + \frac{1}{e^x}\right)$ și $g(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$.

- (4p) a) Să se arate că $f'(x) = g(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0]$ și strict crescătoare pe intervalul $[0, \infty)$.
- (4p) c) Să se verifice că $f(x) \geq \ln 2$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 g(x) dx$.
- (2p) f) Să se determine ecuația asimptotei la graficul funcției f către $+\infty$.
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x) + f(2x) = \ln 4$.