

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ...061**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

Se consideră dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 8$  și  $AD = 6$  și  $O$  mijlocul segmentului  $AC$ .

- (4p) a) Să se calculeze lungimea segmentului  $(AC)$ .
- (4p) b) Să se calculeze aria dreptunghiului  $ABCD$
- (4p) c) Să se calculeze  $tg(\widehat{BAC})$ .
- (4p) d) Să se calculeze distanța de la punctul  $O$  la dreapta  $AB$ .
- (2p) e) Să se calculeze  $\vec{AB} + \vec{AD} - \vec{AC}$ .
- (2p) f) Să se determine  $a, b \in \mathbf{R}$ , astfel încât dreapta  $x + ay + b = 0$  să conțină punctele  $M(1,0)$  și  $N(9,6)$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**

**1.**

- (3p) a) Să se calculeze determinantul matricei  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ .
- (3p) b) Să se determine numerele  $n \in \mathbf{N}$  pentru care  $n! < 20$ .
- (3p) c) Să se determine  $x > 0$ , dacă  $\lg x - \lg 2 = \lg 8$ .
- (3p) d) Să se determine restul împărțirii polinomului  $X^3 - 2X^2 + 7$  la polinomul  $X - 2$ .
- (3p) e) Să se determine  $f^{-1}(5)$ , dacă  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 2x + 3$ , unde  $f^{-1}$  este inversa funcției  $f$ .

**2.** Se consideră funcția  $f : (0; \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \ln x$ .

- (3p) a) Să se determine  $f'(x)$ ,  $x \in (0, \infty)$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ .
- (3p) c) Să se arate că  $f$  este strict crescătoare pe  $(0, \infty)$ .
- (3p) d) Să se demonstreze că  $f(x) > 0$ ,  $\forall x \in (1; \infty)$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 061**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră ecuația  $x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$  și numerele complexe  $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$  și

$$x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i).$$

- (4p) a) Să se arate că numerele  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației date.
- (4p) b) Să se arate că numărul  $x_2$  este conjugatul numărului  $x_1$ .
- (4p) c) Să se determine  $x_1 + x_2$  și să se arate că  $x_1^2 + x_2^2 = 0$ .
- (2p) d) Să se arate că  $x_1^4 = x_2^4 = -1$ .
- (2p) e) Folosind eventual egalitatea,  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ,  $\forall a, b \in \mathbf{C}$ , să se calculeze  $x_1^3 + x_2^3$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $x_1^{2007} + x_2^{2007}$ .
- (2p) g) Să se arate că șirul de numere  $x_1 + x_2, x_1^2 + x_2^2, \dots, x_1^n + x_2^n, \dots$  are cel puțin patru elemente diferite.

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R}^* \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{4}{x}$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}^*$ .
- (4p) b) Să se determine ecuația asimptotei către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- (4p) c) Să se demonstreze că funcția  $f$  este crescătoare pe  $[2; \infty)$ .
- (2p) d) Să se determine punctele de extrem local ale funcției  $f$ .
- (2p) e) Să se arate că  $f(x) \geq 4$ ,  $\forall x \in [2; \infty)$ .
- (2p) f) Să se arate că  $\int_2^4 f(x) dx \geq 8$ .
- (2p) g) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{f(n)}{n} \right)^{n^2}$ .