

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...062

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 2)$, $B(2, 4)$, $C(4, 0)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la A la B .
- (4p) b) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului (AC) .
- (4p) c) Să se calculeze lungimea medianei din B a triunghiului ABC .
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (2p) e) Să se calculeze $\cos^2 30^\circ$.
- (2p) f) Să se calculeze conjugatul numărului complex $3i^2 + 6i$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1^5 - 2^4 + 3^3 - 4^2 + 5^1$.
- (3p) b) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2^x$. Să se calculeze $f(f(2))$.
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca un element n al mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $2^n \leq n^2$.
- (3p) d) Să se calculeze C_{20}^2 .
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $\log_2(x+1) = 2$, pentru $x > -1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^5$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x \cdot f'(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 062

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și legea de

compoziție $X \circ Y = X + Y - 3I_3$, $\forall X, Y \in M_3(\mathbf{R})$.

- (4p) a) Să se calculeze matricea A^2 .
- (4p) b) Să se calculeze matricea A^{2007} .
- (4p) c) Să se calculeze matricea $A \circ A$.
- (2p) d) Să se arate că $X \circ Y = Y \circ X$, $\forall X, Y \in M_3(\mathbf{R})$.
- (2p) e) Să se arate că $(X \circ Y) \circ Z = X \circ (Y \circ Z)$, $\forall X, Y, Z \in M_3(\mathbf{R})$.
- (2p) f) Să se arate că există $E \in M_3(\mathbf{R})$, astfel ca $X \circ E = X$, $\forall X \in M_3(\mathbf{R})$.
- (2p) g) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$\underbrace{X \circ X \circ \dots \circ X}_{\text{de } n \text{ ori}} = nX - 3(n-1)I_3, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*, \quad \forall X \in M_3(\mathbf{R}).$$

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_0(x) = xe^x$, $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$, $n \in \mathbf{N}$ și șirul $a_n = f_1(0) + f_2(0) + \dots + f_n(0)$, $n \in \mathbf{N}^*$.

- (4p) a) Să se calculeze $f_0(0)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f_1(x)$, pentru $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se calculeze $\int_0^1 f_1(x) dx$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_n(x) = e^x(x+n)$, $\forall n \in \mathbf{N}$.
- (2p) e) Să se arate că $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$, pentru $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$.
- (2p) g) Să se arate că $\int_0^1 f_{n+1}(x) dx \geq \int_0^1 f_n(x) dx$, $\forall n \in \mathbf{N}$.