

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...063

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze conjugatul numărului complex $\sqrt{5} + i\sqrt{3}$.
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $E(1, 2)$ la dreapta de ecuație $x + y + 1 = 0$.
- (4p) c) Să se calculeze valoarea expresiei $1 - 2\sin^2 \frac{\pi}{6}$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(1, 2)$, $M(3, 3)$ și $N(5, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui pătrat cu diagonala de lungime $5\sqrt{2}$.
- (2p) f) Să se determine lungimea înălțimii unui triunghi echilateral cu perimetrul 24.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze $C_5^3 + C_5^2 + C_5^1 + C_5^0$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $3^x > 3!$.
- (3p) c) Dacă funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 10$, are inversa $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, să se calculeze $g(11)$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $3^x = \frac{1}{27}$.
- (3p) e) Să se calculeze produsul și suma rădăcinilor polinomului $f = X^2 + 2X - 1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$.

- (3p) a) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $(f(x) - 1)^3 - x^3 = 0$.
- (3p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.
- (3p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot f'(x)}{f(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 063

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră numerele complexe $\omega = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$, $\bar{\omega} = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ și mulțimea

$$\mathbf{Z}[\omega] = \{a + b\omega \mid a, b \in \mathbf{Z}\}.$$

- (4p) a) Să se verifice că $0 \in \mathbf{Z}[\omega]$ și $1 \in \mathbf{Z}[\omega]$.
- (4p) b) Să se verifice că $\omega^2 - \omega + 1 = 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $\omega + \bar{\omega}$ și $\omega \cdot \bar{\omega}$.
- (2p) d) Să se arate că $\omega^3 = -1$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $z, y \in \mathbf{Z}[\omega]$, atunci $z + y \in \mathbf{Z}[\omega]$ și $z \cdot y \in \mathbf{Z}[\omega]$.
- (2p) f) Să se arate că $a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}$, $\forall a, b \in \mathbf{Z}$.
- (2p) g) Să se arate că, dacă $z \in \mathbf{Z}[\omega]$, atunci $z \cdot \bar{z} \in \mathbf{N}$. (Prin \bar{z} am notat conjugatul numărului complex z)

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(e^x + 1)$ și $g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$.

- (4p) a) Să se arate că $f'(x) = g(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe \mathbf{R} .
- (4p) c) Să se verifice că $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\int_0^1 g(x) dx$.
- (2p) f) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$, la graficul funcției f .
- (2p) g) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f(x^3) = \ln 2$.