

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...064

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 3)$, $B(3, 5)$, $C(5, 1)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la A la B .
- (4p) b) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului (AC) .
- (4p) c) Să se calculeze lungimea medianei din B a triunghiului ABC .
- (4p) d) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (2p) e) Să se calculeze $\cos^2 60^\circ$.
- (2p) f) Să se determine conjugatul numărului complex $3i^2 + 4i$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2$.
- (3p) b) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2$. Să se calculeze $f(f(2))$.
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca un element n al mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $2^n \leq n^2$.
- (3p) d) Să se calculeze C_{10}^2 .
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $\log_2(x+1) = 3$, $x > -1$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + 3x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{xf'(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 064

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_3(\mathbf{R})$ se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$B_k = (I_3 + A)^k$, $k \in \mathbf{N}^*$.

(4p) a) Să se calculeze $\det(A)$.

(4p) b) Să se calculeze suma elementelor matricei A^2 .

(4p) c) Să se calculeze A^3 .

(2p) d) Să se calculeze $\det(B_1)$.

(2p) e) Folosind metoda inducției matematice, să se arate că $B_n = \begin{pmatrix} 1 & 2n & 4n^2 - n \\ 0 & 1 & 4n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) f) Să se calculeze $\det(B_1 + B_2 + \dots + B_{10})$.

(2p) g) Să se calculeze suma elementelor matricei $B_1 + B_2 + \dots + B_{10}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$ și șirul $(x_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$x_n = \frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \dots + \frac{1}{f(n)}$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(4p) a) Să se calculeze $f(1)$.

(4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x \in (0, \infty)$.

(4p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

(2p) d) Să se calculeze $\int_1^a f(x)dx$, $a \in (1, \infty)$.

(2p) e) Să se arate că $x_n = \frac{n(n+1)}{2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) f) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$.

(2p) g) Să se arate că dacă numerele strict pozitive a, b, c sunt în progresie geometrică atunci numerele $\int_1^a f(x)dx$, $\int_1^b f(x)dx$, $\int_1^c f(x)dx$ sunt în progresie aritmetică.