

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F

Varianta ...066

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria triunghiului având lungimile laturilor 12 , 5 și 13 .
- (4p) b) Să se calculeze distanța de la punctul $D(1,-2)$ la punctul $E(0,1)$.
- (4p) c) Să se calculeze conjugatul numărului complex $z = -1 - 4i$.
- (4p) d) Să se arate că punctele $L(4, 2)$, $M(3, 3)$ și $N(2, 4)$ sunt coliniare.
- (2p) e) Să se calculeze perimetrul pătratului cu aria 100.
- (2p) f) Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x = \frac{1}{4}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = 2X^3 - 4X^2 + 5X - 1$ la polinomul $X + 1$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element $x \in \{0,1,2,3,4\}$ să verifice relația $2^x \leq 10$.
- (3p) c) Dacă funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - 2$, are inversa $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, să se calculeze $g(0)$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale , ecuația $\log_2(2x^2 + 7) = \log_2(x^4 + 8)$.
- (3p) e) Să se calculeze suma cuburilor rădăcinilor polinomului $f = X^3 - X$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = x^3 + x - 2007$,

- (3p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (3p) b) Să se arate că f este crescătoare pe \mathbf{R} .
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$.
- (3p) d) Să se rezolve în \mathbf{R} , ecuația $f'(x) = 4$.
- (3p) e) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 066

SUBIECTUL III (20p)

- (4p) a) Să se verifice identitatea $xy - \frac{1}{xy} - \left(x + y - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = \frac{(x-1)(y-1)(xy-1)}{xy}$,
 $\forall x, y \in \mathbf{R}^*$.
- (4p) b) Să se rezolve în \mathbf{R}^* ecuația $x^3 - \frac{1}{x^3} = x + x^2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$.
- (4p) c) Să se arate că $ab - \frac{1}{ab} \geq a + b - \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$, $\forall a, b \in [1, \infty)$.
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*, \forall a_1, a_2, \dots, a_n \in [1, \infty)$,
 avem $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n - \frac{1}{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \geq a_1 + a_2 + \dots + a_n - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} - \dots - \frac{1}{a_n}$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $a, b, c \in [0, \infty)$, atunci
 $2^{a+b+c} - 2^{-a-b-c} \geq 2^a + 2^b + 2^c - 2^{-a} - 2^{-b} - 2^{-c}$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $x > y > 0$, atunci $x - \frac{1}{x} > y - \frac{1}{y}$.
- (2p) g) Să se arate că, dacă $a \in [1, \infty)$, atunci $a^n - \frac{1}{a^n} \geq n \left(a - \frac{1}{a} \right)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definite prin $f_0(x) = 1$ și $f_{n+1}(x) = \int_0^x f_n(t) dt$,

$\forall n \in \mathbf{N}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se verifice că $f_1(x) = x$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $f_2(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (4p) c) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $f_1(x) + f_2(x) = 0$.
- (2p) d) Să se arate că $f_n(x) = \frac{x^n}{n!}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) e) Să se arate că $f'_{n+1}(x) = f_n(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N}$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f_3(x)}{f_2(x)}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1)$.