

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F

Varianta ...068

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze lungimea diagonalei unui dreptunghi cu lungimile laturilor de 8 și 6.
- (4p) b) Să se calculeze aria unui pătrat, având perimetrul de 16.
- (4p) c) Să se calculeze distanța de la punctul $A(6,5)$ la punctul $B(2,3)$.
- (4p) d) Să se calculeze simetricul punctului $A(6,5)$ față de punctul $B(2,3)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\sin^2 x$, pentru $\cos x = \frac{1}{2}$.
- (2p) f) Să se calculeze aria triunghiului ABC dacă $AC = 6$, $BC = 4$ și $\sin C = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se calculeze produsul soluțiilor ecuației $x^3 + 3x^2 + 2x = 0$.
- (3p) b) Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^3 - 4X^2 + X + 1$ la $g = X - 1$.
- (3p) c) Să se determine conjugatul numărului complex $z = (2 + i)^2$.
- (3p) d) Să se determine numerele naturale x astfel încât $4x + 3 \geq 5x - 2$.
- (3p) e) Dacă $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ să se calculeze matricea $A \cdot B$.

2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x}$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(f(1))$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) d) Să se calculeze $\int_1^4 f(x) dx$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n^2}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 068

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră legea de compoziție „ \circ ”, definită pe \mathbf{R} , $x \circ y = \sqrt[3]{x^3 + y^3 - 1}$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.

- (4p) a) Să se verifice că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- (4p) c) Să se verifice că $x \circ (-x) = -1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se determine simetricul elementului $x = 0$ în raport cu legea de compoziție „ \circ ”.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{n \text{ ori}} = \sqrt[3]{nx^3 - (n-1)}$,
 $\forall x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se arate că $\frac{x}{y} \circ \frac{y}{x} \neq -1$, $\forall x, y \in \mathbf{R}^*$.
- (2p) g) Să se calculeze $(-100) \circ (-99) \circ \dots \circ (99) \circ (100)$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)}$.

- (4p) a) Să se demonstreze că $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 + 3}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- (4p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (4p) c) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) d) Să se arate că funcția f este descrescătoare pe intervalul $[0, +\infty)$.
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- (2p) f) Să se demonstreze că pentru orice $x \in [0, \infty)$, $0 < f(x) \leq \frac{2}{3}$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(\sqrt{3}) + f(\sqrt{5}) + \dots + f(\sqrt{2n+1}))$.