

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...071

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 4)$, $B(4, 6)$, $C(6, 2)$.

- (4p) a) Să se calculeze distanța de la punctul A la punctul B .
- (4p) b) Să se calculeze $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(2, 4)$ și $C(6, 2)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (4p) d) Să se calculeze coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$.
- (2p) e) Să se calculeze $\operatorname{tg}^2 45^\circ$.
- (2p) f) Să se determine conjugatul numărului complex $3i^2 - 4i$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

- (3p) a) Să se calculeze $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}$.
- (3p) b) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Să se calculeze $f(f(2))$.
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca un element n al mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$ să verifice relația $3^n \leq n^3$.
- (3p) d) Să se calculeze C_5^2 .
- (3p) e) Să se rezolve ecuația $3^x = 27$, $x \in \mathbf{R}$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 3x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(1)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{xf'(x)}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 071

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{C})$ se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- (4p) a) Să se calculeze $\det(A)$.
- (4p) b) Să se calculeze A^2 .
- (4p) c) Să se calculeze $(I_2 + A)^2$.
- (2p) d) Să se calculeze $\det(I_2 + A + A^2 + \dots + A^{2007})$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $X \in M_2(\mathbf{C})$ și $XA = AX$, atunci X este de forma $X = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$.
- (2p) f) Să se rezolve, în mulțimea numerelor complexe, ecuația $x^4 - 1 = 0$.
- (2p) g) Să se calculeze suma elementelor matricei A^{2007} .

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x$ și șirul $(x_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,
 $x_n = f(1^2) + f(2^2) + \dots + f(n^2)$, $n \in \mathbf{N}^*$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(2^n)$.
- (4p) b) Să se calculeze $f'(x)$, pentru $x > 0$.
- (4p) c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(2^n)}{n+1}$.
- (2p) d) Să se calculeze $\int_1^e f(x) dx$.
- (2p) e) Să se arate că $x_n = 2 \ln n!$, pentru $\forall n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) f) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$.
- (2p) g) Să se arate că dacă numerele strict pozitive a, b, c sunt în progresie geometrică, atunci numerele $f(a), f(b), f(c)$ sunt în progresie aritmetică.