

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...086

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete
SUBIECTUL I (20p)

 În sistemul cartezian xOy se consideră punctele, $M\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $A(2, 0)$, $B(-1, \sqrt{3})$ și

 $C(-1, -\sqrt{3})$

- (4p) a) Să se arate că punctul M este mijlocul segmentului (AB) .
- (4p) b) Să se arate că triunghiul ABC este echilateral.
- (4p) c) Să se arate că punctele O , M și C sunt coliniare.
- (4p) d) Să se determine raza cercului circumscris triunghiului ABC .
- (2p) e) Să se calculeze $\frac{\sin^2 30^\circ}{\cos^2 60^\circ}$.
- (2p) f) Să se determine partea reală a numărului complex $z = i \cdot (1 - i)$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice care are primul termen egal cu 2 și rația egală cu 3.
- (3p) b) Să se rezolve ecuația $3^{2x} = 9 \cdot 3^x$, $x \in \mathbf{R}$
- (3p) c) Să se determine probabilitatea ca un număr din mulțimea $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ să fie soluție a inecuației $x^2 - 5x + 6 > 0$.
- (3p) d) Să se calculeze $C_4^1 - C_4^2 + C_4^3$.
- (3p) e) Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe, ecuația $z^2 = -4$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x + 4x^3$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se arate că funcția f este crescătoare pe \mathbf{R} .

(3p) d) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

(3p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(-x)}{x^3}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 086

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

și funcția $f : M_2(\mathbf{R}) \rightarrow M_2(\mathbf{R})$, $f(X) = X^2 - X$.

- (4p) a) Să se arate că $B = I_2 + A$.
- (4p) b) Să se arate că $A^2 = A$.
- (4p) c) Să se calculeze determinantul matricei B .
- (2p) d) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\det(B - x \cdot I_2) = 0$.
- (2p) e) Să se calculeze $f(A)$ și $f(B)$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$,
- $$B^n = I_2 + (2^n - 1) \cdot A.$$
- (2p) g) Să se calculeze $\det(B) + \det(B^2) + \dots + \det(B^{100})$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x^2 + x)$.

- (4p) a) Să se calculeze $f(2) - f(1)$.
- (4p) b) Să se arate că $f'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x}$, pentru $x > 0$.
- (4p) c) Să se arate că funcția este crescătoare pe $(0, \infty)$.
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f .
- (2p) e) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot f'(x)$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_1^{e^2} \left(f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) \right) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) - f(2) + f(3) - f(4) + \dots + f(2n-1) - f(2n))$.