

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
PROBA D/F
Varianta ...089

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze aria triunghiului ABC , cu $A(2, 1)$, $B(4, 3)$, $C(0, 4)$.
- (4p) b) Să se calculeze numărul $4 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{3}$.
- (4p) c) Să se determine $m, n \in \mathbf{R}$ astfel încât punctele $A(0, 3)$ și $B(5, 0)$ să aparțină dreptei de ecuație $y = mx + n$.
- (4p) d) Să se calculeze partea reală a numărului complex $(1-i)^2$.
- (2p) e) Să se calculeze aria unui dreptunghi cu lungimea 4 și cu lățimea 3.
- (2p) f) Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(2, 3)$ și este paralelă cu axa Ox .

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se afle câte numere de două cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1, 2, 3\}$.
- (3p) b) Să se calculeze C_5^2 .
- (3p) c) Să se calculeze 5% din 20.
- (3p) d) Să se calculeze probabilitatea ca un element n al mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $n! < 5$.
- (3p) e) Să se calculeze determinantul matricii $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x - x$.

- (3p) a) Să se calculeze $f(0)$.
- (3p) b) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) c) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.
- (3p) d) Să se rezolve ecuația $f'(x) = 0$, $x \in \mathbf{R}$.
- (3p) e) Să se arate că $f(x) \geq 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

Varianta 089

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{R})$, se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ și legea de

compoziție $X \circ Y = X + Y - 2I_2$, $\forall X, Y \in M_2(\mathbf{R})$.

- (4p) a) Să se calculeze A^2 .
- (4p) b) Să se calculeze $A \circ A$.
- (4p) c) Să se arate că $X \circ Y = Y \circ X$, $\forall X, Y \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) d) Să se arate că $(X \circ Y) \circ Z = X \circ (Y \circ Z)$, $\forall X, Y, Z \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) e) Să se arate că $X \circ (2I_2) = X$, $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) f) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că
 $X_1 \circ X_2 \circ \dots \circ X_n = (X_1 + X_2 + \dots + X_n) - 2(n-1)I_2$, $\forall n \in \mathbf{N}, n \geq 2$,
 $\forall X_1, X_2, \dots, X_n \in M_2(\mathbf{R})$.
- (2p) g) Să se arate că legea " \circ " determină o structură de grup pe mulțimea $M_2(\mathbf{R})$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră șirul de funcții $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$, $f_n : (-1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, cu $f_0(x) = \ln(x+1)$

și $f_{n+1}(x) = f'_n(x)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\forall x \in (-1, \infty)$.

- (4p) a) Să se calculeze $f_0(0)$.
- (4p) b) Să se determine $f_1(x)$, $x \in (-1, \infty)$.
- (4p) c) Să se arate că $x = 0$ este soluție a ecuației $f_0(x) = x$.
- (2p) d) Să se arate că $f_0(x) \leq x$, $\forall x \in (-1, \infty)$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $f_n(x) = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(1+x)^n}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$,
 $\forall x \in (-1, \infty)$.
- (2p) f) Să se calculeze $\int_0^1 f_{n+1}(x) dx$.
- (2p) g) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{f_2(1)}{1!} + \frac{f_3(1)}{2!} - \frac{f_4(1)}{3!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{f_n(1)}{(n-1)!} \right)$.