

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ....100**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se calculeze numărul complex  $(1+2i) \cdot (1-3i)$ .
- (4p) b) Să se determine  $m, n \in \mathbf{R}$  astfel încât punctele  $A(2, 1), B(4, 5)$  să se afle pe dreapta de ecuație  $y = mx + n$ .
- (4p) c) Să se calculeze aria triunghiului  $MNP$ , dacă  $MP = 2$ ,  $NP = 4$  și  $\sin P = \frac{1}{2}$ .
- (4p) d) Să se determine  $a \in \mathbf{R}$  astfel încât dreptele de ecuații  $y = 2x + 1$  și  $y = (a+1)x + 3$  să fie paralele.
- (2p) e) Să se calculeze  $\sin(2\pi + x)$ , știind că  $\sin x = 0,4$ .
- (2p) f) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime  $\sqrt{3}$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se arate că punctul  $A(1, 2)$  este situat pe graficul funcției  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 + 3x - 3$ .
- (3p) b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația  $(\sqrt[3]{x})^2 - 5\sqrt[3]{x} + 6 = 0$ .
- (3p) c) Să se rezolve ecuația  $\frac{(x+1)!}{x!} = 2x - 3$ , știind că  $x \in \mathbf{N}$ .
- (3p) d) Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea  $\{1, 2, \dots, 20\}$  să se dividă cu 7.
- (3p) e) Să se calculeze  $C_7^1 + C_7^2$ .

**2.** Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 7$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ , pentru  $x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ .
- (3p) c) Să se arate că  $f'(x) \geq 0$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) d) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{6x^2 + 1}$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 100**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

În mulțimea  $M_2(\mathbf{R})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

și  $C = A + B$ . Se admite cunoscut faptul că  $\det(XY) = \det(X) \cdot \det(Y)$ ,  $\forall X, Y \in M_2(\mathbf{R})$ .

- (4p) a) Să se calculeze determinantul matricei  $A$ .
- (4p) b) Să se calculeze  $A^2$  și  $A^3$ .
- (4p) c) Să se arate că  $B^2 = B + 2I_2$ .
- (2p) d) Să se arate că  $C = 2 \cdot I_2$  și  $C^2 = 2^2 \cdot I_2$ .
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că  $C^n = 2^n \cdot I_2$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ .
- (2p) f) Să se calculeze matricea  $X = C + C^2 + C^3 + \dots + C^{2007}$ .
- (2p) g) Să se determine restul împărțirii la 4 a numărului  $\det(X)$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ .

- (4p) a) Să se arate că  $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ ,  $\forall x > 0$ .
- (4p) b) Să se calculeze  $f(1) + f(2) + f(3) + f(4)$ .
- (4p) c) Să se arate că  $f'(x) = \frac{-2x-1}{x^2(x+1)^2}$ ,  $\forall x > 0$ .
- (2p) d) Să se arate că funcția  $f$  este descrescătoare pe  $(0, \infty)$ .
- (2p) e) Să se determine ecuația asimptotei verticale a graficului funcției  $f$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(1) + f(2) + \dots + f(n))$
- (2p) g) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n f(x) dx$ .