

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D
Varianta 001
M3: Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore
La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze media aritmetică a numerelor $2 + \sqrt{3}$ și $2 - \sqrt{3}$.
- (4p) b) Să se rezolve în \mathbf{R} inecuația $2 - 3x \geq 8$.
- (4p) c) Să se efectueze $3\frac{1}{3} - 0, (3)$.
- (4p) d) Să se determine ultima cifră a numărului 2^7 .
- (2p) e) Să se determine maximul expresiei $E(x) = -x^2 + 2x + 3$, unde $x \in \mathbf{R}$.
- (2p) f) Să se calculeze $f(-2)$, dacă $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3 - 4x$.

SUBIECTUL II (30p)
1. Se consideră ecuația $x^2 + x - 6 = 0$ și se notează cu $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ soluțiile sale.

- (3p) a) Să se determine x_1 și x_2 .
- (3p) b) Să se calculeze $x_1 + x_2$.
- (3p) c) Să se calculeze $x_1 \cdot x_2$.
- (3p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2 + x - 6 \geq 0$.
- (3p) e) Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale inecuația $x^2 + x - 6 \leq 0$.

2. Se consideră rombul $ABCD$ cu măsura unghiului A de 60° și lungimea diagonalei $BD = 10$.

- (3p) a) Să se determine măsura unghiului B al rombului $ABCD$.
- (3p) b) Să se determine lungimea laturii rombului $ABCD$.
- (3p) c) Să se determine aria rombului $ABCD$.
- (3p) d) Să se determine lungimea diagonalei AC a rombului $ABCD$.
- (3p) e) Să se determine perimetrul rombului $ABCD$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu $AB < AC$ și D mijlocul ipotenuzei $[BC]$.

Mediatoarea segmentului $[BC]$ intersectează dreptele AC și AB în punctele E și respectiv F , iar $DM \parallel AB$, unde $M \in AC$.

- (4p) a) Să se demonstreze că $m(\widehat{EBC}) = m(\widehat{ECB})$.
- (4p) b) Să se demonstreze că $AC = AE + EB$.
- (4p) c) Să se demonstreze că $FC = FA + AB$.
- (2p) d) Să se demonstreze că $AB = 2DM$.
- (2p) e) Să se demonstreze că triunghiurile FAE și DME sunt asemenea.
- (2p) f) Să se demonstreze că $\frac{FA}{AB} \cdot \frac{DE}{EF} = \frac{1}{2}$.
- (2p) g) Să se demonstreze că $BE \perp CF$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră suma $S(n) = \frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+n}$, unde $n \in \mathbf{N}^*$.

- (4p) a) Să se calculeze $S(1)$ și $S(2)$.
- (4p) b) Să se demonstreze prin inducție matematică identitatea

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$
, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}^*$.
- (4p) c) Să se arate că $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$, oricare ar fi $k \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) d) Să se demonstreze că $S(n) = \frac{2n}{n+1}$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}^*$.
- (2p) e) Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$ pentru care $S(n) = \frac{5}{3}$.
- (2p) f) Să se determine toate valorile lui $n \in \mathbf{N}^*$ pentru care $S(n) \leq \frac{8}{5}$.
- (2p) g) Să se demonstreze că $S(n) < 2$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}^*$.