

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta007

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 + 3x - 10 = 0$.
- (4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2 + 3x - 10 \leq 0$.
- (4p) c) Să se determine $x > -1$ cu proprietatea $\log_2(x+1) = 3$.
- (4p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 3^{x+1} = 12$.
- (2p) e) Să se determine câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$.
- (2p) f) Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -x^2 + 2x - 15$. Să se determine $f(2)$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine câte funcții $f : \{1,2,3\} \rightarrow \{1,5,7\}$ verifică egalitatea $f(1) \cdot f(2) = 1$.
- (3p) b) Să se determine cel mai mic număr natural de 2 cifre care împărțit la 5 dă restul 3 .
- (3p) c) Dacă mulțimea A are 10 elemente, mulțimea B are 8 elemente, iar mulțimea $A \cap B$ are 5 elemente, să se determine câte elemente are mulțimea $A \cup B$.
- (3p) d) Să se determine cel mai mare număr natural mai mic decât $\sqrt{14}$.
- (3p) e) Să se determine cel mai mare element al mulțimii $\{A_5^1, A_5^2, A_5^3, A_5^4\}$.

2. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(n,1)$, $\forall n \in \mathbf{N}$ și $O(0,0)$.

- (3p) a) Să se calculeze lungimea segmentului OA_n , $n \in \mathbf{N}$.
- (3p) b) Să se arate că punctele A_0, A_1, A_2 sunt coliniare .
- (3p) c) Să se calculeze aria triunghiului OA_0A_1 .
- (3p) d) Să se determine numărul dreptelor care trec prin câte 2 puncte din mulțimea $\{O, A_0, A_1, \dots, A_{10}\}$.
- (3p) e) Să se determine numărul triunghiurilor care au vârfurile în câte 3 puncte din mulțimea $\{O, A_0, A_1, \dots, A_{10}\}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea T formată din toate triunghiurile dreptunghice care au lungimile laturilor numere naturale și lungimea ipotenuzei multiplu de 5.

- (4p) a) Să se arate că triunghiul cu laturile de 3, 4 și 5 aparține mulțimii T .
- (4p) b) Să se găsească alte două elemente ale mulțimii T .
- (4p) c) Să se arate că triunghiul dreptunghic cu catetele de lungime 5, respectiv 12 nu aparține mulțimii T .
- (2p) d) Să se arate că triunghiul dreptunghic cu catetele de lungime 12 și respectiv 16 face parte din T .
- (2p) e) Să se arate că triunghiul cu laturile de lungimi 6, 7 și 10 nu aparține mulțimii T .
- (2p) f) Să se calculeze ipotenuza triunghiului dreptunghic isoscel cu catetele de lungime 10.
- (2p) g) Să se arate că mulțimea T conține cel puțin 2007 triunghiuri, cu proprietatea că oricare două sunt asemenea, dar oricare două nu sunt egale.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{x_n \mid x_n = 2^{2n} \cdot 5^{2n+2} - 1, \text{ unde } n \in \mathbf{N}^*\}$.

- (4p) a) Să se determine cel mai mic element al mulțimii A .
- (4p) b) Să se determine ultima cifră a tuturor elementelor mulțimii A .
- (4p) c) Să se determine numărul elementelor pare din mulțimea A .
- (2p) d) Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$ știind că $x_n = 2499$.
- (2p) e) Să se determine numărul valorilor lui $n \in \mathbf{N}^*$ pentru care $x_n < \underbrace{2499\dots9}_{\text{de } 10 \text{ ori}}$.
- (2p) f) Să se demonstreze că nici un element din mulțimea A nu este număr prim.
- (2p) g) Să se demonstreze că mulțimea A nu conține pătrate perfecte.