EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….009**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}+2^{x+1}=3$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $25x-50<25$.

(4p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x-2=0$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, strict pozitive ecuația $\log_3 x=2\log_3 2$.

(2p) **e)** Să se calculeze suma $S=C_7^0-C_7^1+C_7^6-C_7^7$.

(2p) **f)** Să se compare numerele $1{,}75$ și $\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se scrie un număr rațional cuprins între numerele $\sqrt{\frac{4}{3}}$ și $\sqrt{\frac{3}{2}}$.

(3p) **b)** Să se scrie toate elementele din mulțimea $\{11, 12,..., 25\}$ care **nu** se divid cu 4.

(3p) **c)** Dacă $A=\{a,b,c,d\}, B=\{c,d,e\}, C=\{a,d,f\}$,să se determine mulțimea $A\cup(B\cap C)$.

(3p) **d)** Să se calculeze cel mai apropiat număr întreg de numărul $\sqrt{145}$.

(3p) **e)** Să se scrie toate numerele **pare** de 3 cifre care se pot forma utilizând numai cifre din mulțimea $\{2,3\}$.

2. Se consideră rombul $ABCD$ cu latura de lungime 6 și $m(\hat{A})=60^0$.

(3p) **a)** Să se calculeze perimetrul rombului $ABCD$.

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea diagonalei BD .

(3p) **c)** Să se calculeze lungimea diagonalei AC .

(3p) **d)** Să se calculeze aria rombului $ABCD$.

(3p) **e)** Să se calculeze lungimea înălțimii din A a rombului $ABCD$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră un triunghi ABC şi dreapta (d)care intersectează segmentele (AC) în E, (AB) în F şi prelungirea laturii BC în D. Picioarele perpendicularelor din A,B,C pe dreapta (d) se notează cu M,N,P .Segmentele (CF) şi (BE) se intersectează în punctul Q, iar dreapta AQ intersectează segmentul (BC) în punctul G.

(4p) **a)** Să se arate că $\frac{FA}{FB}=\frac{AM}{BN}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\frac{EC}{EA}=\frac{CP}{AM}$.

(4p) **c)** Să se arate că $\frac{DB}{DC}=\frac{BN}{CP}$.

(2p) **d)** Să se arate că $\frac{FA}{FB}\cdot\frac{EC}{EA}\cdot\frac{DB}{DC}=1$.

(2p) **e)** Să se arate că $\frac{AE}{EC}=\frac{AQ}{QG}\cdot\frac{BG}{BC}$.

(2p) **f)** Să se arate că $\frac{AF}{FB}=\frac{AQ}{QG}\cdot\frac{CG}{BC}$.

(2p) **g)** Să se arate că $\frac{AQ}{QG}=\frac{AE}{EC}+\frac{AF}{FB}$.

SUBIECTUL IV (20p)

(4p) **a)** Să se verifice identitatea $xy-\frac{1}{xy}-\left(x+y-\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)=\frac{(x-1)(y-1)(xy-1)}{xy}$, $\forall x,y\in\mathbf{R}^*$.

(4p) **b)** Să se rezolve în $\mathbf{R}^*$ ecuația $x^3-\frac{1}{x^3}=x+x^2-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$.

(4p) **c)** Să se arate că $ab-\frac{1}{ab}\geq a+b-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$, $\forall a,b\in[1,\infty)$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $x>y>0$, atunci $x-\frac{1}{x}>y-\frac{1}{y}$.

(2p) **e)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\forall n\in\mathbf{N}^*,\forall a_1,a_2,...,a_n\in[1,\infty)$,

avem $a_1\cdot a_2\cdot...\cdot a_n-\frac{1}{a_1\cdot a_2\cdot...\cdot a_n}\geq a_1+a_2+...+a_n-\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}-...-\frac{1}{a_n}$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $a,b,c\in\mathbf{N}$, atunci

$2^{a+b+c}-2^{-a-b-c}\geq 2^a+2^b+2^c-2^{-a}-2^{-b}-2^{-c}$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă $a\in[1,\infty)$, atunci $a^n-\frac{1}{a^n}\geq n\left(a-\frac{1}{a}\right)$, $\forall n\in\mathbf{N}^*$.