EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta **011**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_3 x^2 = 4$.

(4p) **b)** Să se determine media aritmetică a numerelor prime mai mici decât 10.

(4p) **c)** Să se determine soluțiile inecuației $2^n \le n^2$, unde $n \in \{1,5,10,20\}$.

(4p) **d)** Să se determine numărul funcțiilor $f:\{1,2,3\} \to \{1,2\}$.

(2p) **e)** Să se determine numărul divizorilor naturali ai numărului 30.

(2p) **f)** Să se compare numerele 2^{300} şi 3^{200}.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră numărul $n = 2^a \cdot 3^b$, $a,b \in \mathbf{N}$.

(3p) **a)** Să se determine a, b astfel încât n să fie număr prim.

(3p) **b)** Să se determine a, b astfel încât $n = 72$.

(3p) **c)** Să se determine câte numere n de forma dată sunt mai mici decât 20 .

(3p) **d)** Să se determine câte pătrate perfecte n de forma indicată sunt mai mici decât 100 .

(3p) **e)** Să se determine numerele n de forma indicată care au exact 6 divizori naturali.

2. Se consideră un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu dimensiunile $AB = 3$, $BC = 4$, $AA' = 12$.

(3p) **a)** Să se determine aria lui $ABCD$.

(3p) **b)** Să se determine aria totală a paralelipipedului.

(3p) **c)** Să se determine lungimea diagonalei paralelipipedului.

(3p) **d)** Să se determine volumul paralelipipedului.

(3p) **e)** Să se determine distanța de la vârful A la planul $(D'BD)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC şi notăm M, N, P simetricele punctelor B, C, A faţă de punctele C, A respectiv B. Fie $\{C_1\} = AC \cap MP$, $\{A_1\} = BA \cap NM$, $\{B_1\} = CB \cap PN$ şi B_2 intersecţia paralelei prin B la AC cu dreapta PM. Notam cu *A(XYZ)* aria triunghiului *XYZ*.

(4p) **a)** Să se arate că $\Delta PBB_2 \sim \Delta PAC_1$ şi $PB_2 = B_2C_1$.

(4p) **b)** Să se arate că $\Delta MCC_1 \sim \Delta MBB_2$ şi $B_2C_1 = C_1M$.

(4p) **c)** Să se arate că $\frac{MC_1}{MP} = \frac{NA_1}{NM} = \frac{PB_1}{PN} = \frac{1}{3}$.

(2p) **d)** Să se arate că $A(ABM) = A(PBM)$.

(2p) **e)** Să se arate că $A(PBM) = 2A(ABC)$.

(2p) **f)** Să se arate că $A(MNP) = 7A(ABC)$.

(2p) **g)** Dacă ştergem toată figura şi reţinem doar punctele M, N şi P, cum putem reface triunghiul ABC?

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulţimea $A = \{2^i \cdot 5^j \mid i, j \in \mathbf{N}\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $1 \in A$, $2 \in A$, $5 \in A$ şi $4 \in A$.

(4p) **b)** Să se verifice că $3 \notin A$ şi $7 \notin A$.

(4p) **c)** Utilizând metoda inducţiei matematice, să se arate că $1 + a + a^2 + ... + a^n = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$, $\forall a \in \mathbf{R} - \{1\}$, $\forall n \in \mathbf{N}$.

(2p) **d)** Să se arate că $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^k} < 2$, $\forall k \in \mathbf{N}$.

(2p) **e)** Să se arate că $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + ... + \frac{1}{5^s} < \frac{5}{4}$, $\forall s \in \mathbf{N}$.

(2p) **f)** Să se calculeze numărul de elemente din mulţimea $A \cap \{1, 2, 3, ..., 20\}$.

(2p) **g)** Să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*$ şi oricare ar fi numerele naturale distincte $a_1, a_2, ..., a_n \in A$, avem $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n} < \frac{5}{2}$.