

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

Proba scrisă la MATEMATICĂ

**PROBA D**

Varianta ...015

**M3: Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare**
**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $5x^2 + 6x - 11 = 0$ .
- (4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația  $5x^2 + 6x - 11 < 0$ .
- (4p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^x - 5 = 0$ .
- (4p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, strict pozitive, ecuația  $\log_4 x = -1$ .
- (2p) e) Să se calculeze suma  $S = C_6^0 + C_6^2 - C_6^4$ .
- (2p) f) Să se compare numerele  $2,75$  și  $\sqrt{6}$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se găsească două numere iraționale  $a \neq b$ , pentru care  $a \cdot b \in \mathbf{Q}$ .
- (3p) b) Să se determine toate numerele naturale nenule  $n$ , care verifică relația  $1 + 2 + \dots + n \leq 50$ .
- (3p) c) Să se determine numărul funcțiilor  $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2\}$ , care verifică relația  $f(1) + f(2) + f(3) = 4$ .
- (3p) d) Să se calculeze produsul primelor 2006 zecimale ale numărului  $\frac{1}{13}$ .
- (3p) e) Să se determine toate elementele  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , care verifică relația  $C_6^n \leq 10$ .

**2.** Se consideră triunghiul dreptunghic  $ABC$  cu catetele  $AB = 2$  și  $AC = 2$ . Picioarul perpendicularei din  $A$  pe latura  $BC$  se notează cu  $D$ .

- (3p) a) Să se calculeze perimetrul triunghiului  $ABC$ .
- (3p) b) Să se calculeze lungimea înălțimii  $AD$  a triunghiului  $ABC$ .
- (3p) c) Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$ .
- (3p) d) Să se calculeze lungimea medianei din  $A$  a triunghiului  $ABC$ .
- (3p) e) Să se calculeze lungimea segmentului  $BD$ .

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră o suprafață  $S$  care are forma unui pătrat cu latura egală cu  $8$ , din care am decupat în  $2$  vârfuri opuse câte un pătrat cu latura egală cu  $1$ . Se consideră o suprafață  $D$  care are forma unui dreptunghi cu laturile de  $1$  și  $2$  și o suprafață  $P$  care are forma unui pătrat cu latura egală cu  $1$ . (Suprafața  $S$  este *parchetată* de mulțimea de suprafețe  $\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ , dacă suprafața  $S$  este egală cu reuniunea suprafețelor  $T_1, T_2, \dots, T_n$  și dacă suprafețele  $T_i$  și  $T_j$  au în comun cel mult o latură,  $\forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $i$  și  $j$  distincte).

- (4p) a) Să se calculeze perimetrul suprafeței  $S$ .
- (4p) b) Să se calculeze aria suprafeței  $S$ .
- (4p) c) Să se calculeze perimetrul suprafeței  $D$ .
- (2p) d) Să se calculeze aria suprafeței  $D$ .
- (2p) e) Să se calculeze raportul dintre aria unei suprafețe de tip  $S$  și aria unei suprafețe de tip  $D$ .
- (2p) f) Să se arate că dacă *parchetăm* suprafața de tip  $S$  cu suprafețe de tip  $P$ , pe care le colorăm ca la tabla de șah, atunci numărul de pătrățele albe diferă de numărul de pătrățele negre.
- (2p) g) Să se arate că o suprafață de tip  $S$  nu poate fi *parchetată* cu un număr întreg de suprafețe de tip  $D$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră mulțimea  $A = \{-16, -8, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 8, 16\}$ . Pentru fiecare submulțime nevidă a mulțimii  $A$ , considerăm suma tuturor elementelor sale, iar rezultatele acestor sume formează o mulțime pe care o notăm cu  $B$ . (De exemplu  $1 \in B$ , deoarece  $\{1\} \subset A$ , iar  $0 \in B$ , deoarece  $\{-1, 1\} \subset A$ ).

- (4p) a) Să se verifice că  $2 \in B$  și  $3 \in B$ .
- (4p) b) Să se calculeze suma elementelor mulțimii  $A$ .
- (4p) c) Să se determine cel mai mare element și cel mai mic element al mulțimii  $B$ .
- (2p) d) Să se arate că mulțimea  $B$  are un număr impar de elemente.
- (2p) e) Să se arate că mulțimea  $A$  are un număr de  $1023$  de submulțimi nevide.
- (2p) f) Să se găsească două submulțimi  $C$  și  $D$  ale mulțimii  $A$ , nevide și disjuncte, astfel încât suma elementelor mulțimii  $C$  să fie egală cu suma elementelor mulțimii  $D$ .
- (2p) g) Să se arate că mulțimea  $B$  are cel mult  $63$  de elemente.