EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….021

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze $(-2)^4 - 3^3 + 11$.

(4p) **b)** Să se determine cel mai mic pătrat perfect de două cifre.

(4p) **c)** Să se determine soluția reală a ecuației $x^3 = -8$.

(4p) **d)** Să se determine perechile de numere naturale distincte care au produsul egal cu 9 .

(2p) **e)** Să se determine diferența $A - B$ știind că $A = \{0,1,2,3,4,5\}$, iar $B = \{1,3,5,6\}$.

(2p) **f)** Să se calculeze C_7^3.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $M = \{\overline{ab} \mid a, b$ sunt cifre în baza 10 $\}$.

(3p) **a)** Să se determine numărul elementelor mulțimii M .

(3p) **b)** Să se determine elementele divizibile cu 11 din mulțimea M .

(3p) **c)** Să se determine pătratele perfecte din mulțimea M .

(3p) **d)** Să se determine numărul elementelor divizibile cu 5 din mulțimea M .

(3p) **e)** Să se determine suma elementelor mulțimii M .

2. Se consideră cubul cu volumul 27.

(3p) **a)** Să se arate că muchia cubului are lungimea 3 .

(3p) **b)** Să se determine suma lungimilor tuturor muchiilor cubului.

(3p) **c)** Să se determine aria totală a cubului.

(3p) **d)** Să se determine lungimea diagonalei cubului.

(3p) **e)** Să se determine lungimea diagonalei unei baze a cubului.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră un triunghi ABC, care are lungimile laturilor $AB=9$, $BC=10$ și $AC=11$. Perpendiculara din *A* cade pe segmentul (BC) în punctul *D*.

(4p) **a)** Să se arate că $AB^2-BD^2=AC^2-DC^2=AD^2$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului BD.

(4p) **c)** Să se calculeze lungimea segmentului AD.

(2p) **d)** Să se calculeze cosinusul unghiului ABC.

(2p) **e)** Să se calculeze aria triunghiului ABC.

(2p) **f)** Să se arate că $m\left(B\hat{C}A\right)<60^0$.

(2p) **g)** Să se arate că suprafața triunghiului *ABC* nu poate fi *parchetată* cu un număr întreg de triunghiuri echilaterale.

(Spunem că suprafața S este *parchetată* de mulțimea de suprafețe triunghiulare $\{T_1,T_2,...,T_n\}$, dacă suprafața S este egală cu reuniunea suprafețelor triunghiulare $T_1,T_2,...,T_n$ și dacă $\forall i,j\in\{1,2,...,n\}$, distincte, suprafețele triunghiulare T_i și T_j pot avea în comun cel mult o latură)

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră $n\in\mathbf{N}, n\geq 2$, numerele reale $a,b,c,a_1,...,a_n,b_1,...,b_n\in\mathbf{R}$ și funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=ax^2+bx+c$.

(4p) **a)** Să se arate că, dacă $a=0$ și $f(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbf{R}$, atunci $b=0$ și $c\geq 0$.

(4p) **b)** Să se verifice că, dacă $a\neq 0$, atunci $f(x)=a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}\right],\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$,pentru $a\neq 0$.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $a\neq 0$ și $f(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbf{R}$, atunci $a>0$ și $b^2-4ac\leq 0$.

(2p) **e)** Să se arate că $(a_1x-b_1)^2+(a_2x-b_2)^2+...+(a_nx-b_n)^2\geq 0,\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se deducă inegalitatea

$$\left(a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}+...+a_n^{\ 2}\right)x^2-2x(a_1b_1+a_2b_2+...+a_nb_n)+\left(b_1^{\ 2}+b_2^{\ 2}+...+b_n^{\ 2}\right)\geq 0,$$

$\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se arate că $(a_1b_1+a_2b_2+...+a_nb_n)^2\leq\left(a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}+...+a_n^{\ 2}\right)\cdot\left(b_1^{\ 2}+b_2^{\ 2}+...+b_n^{\ 2}\right)$.