EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**022**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze produsul primelor 10 zecimale ale numărului $\frac{2007}{2006}$.

(4p) **b)** Să se calculeze ultima cifră a numărului $5005^{2007} + 6006^{2007}$.

(4p) **c)** Să se arate că $(k+1)^2 - k^2 = 2k+1,\ \forall k \in \mathbf{N}^*$.

(4p) **d)** Să se arate că $\frac{2k+1}{k^2 \cdot (k+1)^2} = \frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2},\ \forall k \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **e)** Să se arate că $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + ... + \frac{2007}{1003^2 \cdot 1004^2} = 1 - \frac{1}{1004^2}$.

(2p) **f)** Să se rezolve ecuația $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{3}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine toate numerele $n \in \mathbf{N}^*$ care verifică relația $2^n - 2^{n-1} < 50$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element n din mulțimea $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ să verifice relația $2^n - 2^{n-1} < 50$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 + x - 1 = 0$.

(3p) **d)** Să se determine numărul de soluții întregi ale inecuației $n^2 - 3n - 3 < 0$.

(3p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 - 4) = 5$.

2. Se consideră pătratul $ABCD$ de latură 4, punctul $M \in [CD]$ astfel încât $\frac{CM}{MD} = \frac{1}{3}$ şi $\{N\} = AM \cap BD$.

(3p) **a)** Să se arate că $DM = 3$.

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului $[AM]$.

(3p) **c)** Să se arate că triunghiurile DNM şi BNA sunt asemenea.

(3p) **d)** Să se arate că $\frac{MN}{AM} = \frac{3}{7}$.

(3p) **e)** Să se calculeze lungimea segmentului $[MN]$.

SUBIECTUL III (20p)

În triunghiul ABC cu $AB = AC$ şi $m(\hat{BAC}) = 20^\circ$. Considerăm punctele $M, P \in (AB)$ şi $N \in (AC)$ astfel încât $m(\hat{CBN}) = 50^\circ$, $m(\hat{BCM}) = 60^\circ$ şi $m(\hat{BCP}) = 20^\circ$.

(4p) **a)** Să se calculeze măsurile unghiurilor ABC şi ACB.

(4p) **b)** Să se calculeze măsurile unghiurilor CNB şi CPB.

(4p) **c)** Să se arate că $BC = CP = CN$.

(2p) **d)** Să se calculeze măsura unghiului PCN şi să se arate că triunghiul PCN este echilateral.

(2p) **e)** Să se calculeze măsurile unghiurilor CPM, PCM şi PMC.

(2p) **f)** Să se arate că $PM = PN$.

(2p) **g)** Să se calculeze măsura unghiului MNB.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in \{-1, 0, 1\} \right\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M$.

(4p) **b)** Să se arate că $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in M$.

(4p) **c)** Să se determine numărul elementelor mulțimii M.

(2p) **d)** Să se determine numărul elementelor $X \in M$ cu proprietatea $X^2 \in M$.

(2p) **e)** Să se determine numărul elementelor $Y \in M$ cu proprietatea $\det(Y) = 0$.

(2p) **f)** Pentru $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, să se arate că $A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(2p) **g)** Pentru $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, să se calculeze A^{2007}.