

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ...030

M3: Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 - 4 = 0$.
- (4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2 - 4 < 0$.
- (4p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\log_3 x = 1$.
- (4p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x} = 125$.
- (2p) e) Dacă $\frac{1}{11} = 0, a_1 a_2 \dots a_n \dots$, să se calculeze a_{2007} .
- (2p) f) Să se determine cel mai mare număr real a pentru care funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 8x + 1$ este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, a]$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine toate numerele $n \in \mathbf{N}^*$, care verifică relația $n! < 119$.
- (3p) b) Să se scrie toate elementele din mulțimea $\{10, 11, 12, \dots, 35\}$ care se divid cu 5.
- (3p) c) Dacă $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $C = \{6, 7, 8\}$, să se determine mulțimea $A \cup (B \cap C)$.
- (3p) d) Să se calculeze produsul primelor 10 zecimale ale numărului $\sqrt{170}$.
- (3p) e) Să se scrie toate elementele din șirul $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$ care se divid cu 3.
2. Se consideră triunghiurile asemenea ABC și DEF astfel încât $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \sqrt{3}$.
- (3p) a) Să se calculeze raportul dintre perimetrul triunghiului ABC și perimetrul triunghiului DEF .
- (3p) b) Să se calculeze aria triunghiului DEF , știind că aria triunghiului ABC este egală cu 10.
- (3p) c) Dacă înălțimea din A a triunghiului ABC are lungimea 7, să se calculeze lungimea înălțimii din D a triunghiului DEF .
- (3p) d) Dacă măsura unghiului A al triunghiului ABC este 50° , să se calculeze măsura unghiului D al triunghiului DEF .
- (3p) e) Dacă lungimea laturii AC este 10, să se calculeze lungimea laturii DF .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC . Prin centrul de greutate G al triunghiului ABC se duce dreapta MN , $M \in AB$, $N \in (AC)$. Se notează $AG \cap BC = \{D\}$. Presupunem că dreapta MN nu este paralelă cu dreapta BC și notăm cu P intersecția lui MN cu BC și cu Q intersecția lui MN cu paralela prin A la BC .

- (4p) a) Să se arate că triunghiurile ADB și ADC au aceeași arie.
- (4p) b) Să se arate că triunghiul PBM este asemenea cu triunghiul QAM .
- (4p) c) Să se arate că triunghiul PCN este asemenea cu triunghiul QAN .
- (2p) d) Să se arate că $\frac{GD}{AG} = \frac{1}{2}$.
- (2p) e) Să se arate că $\frac{PD}{AQ} = \frac{1}{2}$.
- (2p) f) Să se arate că $\frac{MB}{MA} + \frac{NC}{NA} = 1$.
- (2p) g) Să se arate că $\frac{MA}{MB} + \frac{NA}{NC} \geq 4$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 2x - 7$. Notăm cu $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ soluțiile ecuației $f(x) = 0$, cu $S_n = x_1^n + x_2^n$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, iar $S_0 = 2$.

- (4p) a) Să se determine x_1 și x_2 .
- (4p) b) Să se calculeze $x_1 + x_2$.
- (4p) c) Să se calculeze $x_1 \cdot x_2$.
- (2p) d) Să se verifice că $x_1^{n+2} = 2x_1^{n+1} + 7x_1^n$ și $x_2^{n+2} = 2x_2^{n+1} + 7x_2^n$, $\forall n \in \mathbf{N}$.
- (2p) e) Să se arate că $S_{n+2} = 2S_{n+1} + 7S_n$, $\forall n \in \mathbf{N}$.
- (2p) f) Să se calculeze $x_1^5 + x_2^5$.
- (2p) g) Să se găsească două numere întregi b și c astfel încât ecuația $x^2 + bx + c = 0$ să aibă o rădăcină în intervalul $\left(0, \frac{1}{3}\right)$.