

M3: Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore
La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 11 & 1 \\ 22 & 2 \end{vmatrix}$.
- (4p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{11, 12, \dots, 20\}$ să se dividă cu 5 .
- (4p) c) Să se calculeze matricea $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^2$.
- (2p) d) Să se calculeze media geometrică a numerelor 25 și 81 .
- (2p) e) Să se calculeze suma tuturor numerelor de 2 cifre (nu neapărat distincte) care se pot forma utilizând numai cifre din mulțimea $\{3, 5\}$.
- (2p) f) Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația $5 - 4x = 3$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

 Spunem că o mulțime nevidă și finită de numere naturale distincte și nenule este “*interesantă*” dacă orice submulțime nevidă a sa are media aritmetică a elementelor număr natural.

- (3p) a) Să se verifice că mulțimea $A = \{2, 4, 6\}$ este “*interesantă*”.
- (3p) b) Să se găsească o mulțime “*interesantă*” care are 4 elemente.
- (3p) c) Să se arate că mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ nu este “*interesantă*”.
- (3p) d) Să se arate că mulțimea $\{1, 25, 49, 73, 97\}$ este “*interesantă*”.
- (3p) e) Să se arate că nu există o mulțime “*interesantă*” cu 4 elemente, care conține mulțimea $\{2, 4, 6\}$.

2.

 Se consideră triunghiul ABC , în care $AB = 35$, $AC = 12$ și $BC = 37$.

- (3p) a) Să se calculeze $BC^2 - AB^2 - AC^2$.
- (3p) b) Să se calculeze măsura unghiului A .
- (3p) c) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (3p) d) Să se calculeze lungimea înălțimii din vârful A .
- (3p) e) Să se calculeze perimetrul triunghiului cu vârfurile în mijloacele laturilor triunghiului ABC .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră în plan o mulțime M formată din 6 puncte. Notăm cu $n(M)$ numărul dreptelor ce trec prin cel puțin 2 puncte ale mulțimii M .

- (4p) a) Să se verifice că $n(M) \geq 1$.
- (4p) b) Să se arate că $n(M) \leq 15$.
- (4p) c) Să se arate că, dacă mulțimea T este formată din 6 puncte coliniare, atunci $n(T) = 1$.
- (2p) d) Să se arate că, dacă mulțimea S este formată din 6 puncte din care oricare 3 sunt necoliniare, atunci $n(S) = 15$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă mulțimea U este formată din 6 puncte din care 5 sunt coliniare și unul necolinar cu ele, atunci $n(U) = 6$.
- (2p) f) Să se arate că $n(M) \neq 14$.
- (2p) g) Dacă E este o mulțime din plan formată din 6 puncte și $n(E) \neq 1$, să se arate că $n(E) \geq 6$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{4p + 5q \mid p, q \in \mathbf{N}\}$.

- (4p) a) Să se arate că $12 \in A$ și $13 \in A$.
- (4p) b) Să se arate că $14 \in A$ și $15 \in A$.
- (4p) c) Să se arate că $11 \notin A$.
- (2p) d) Să se arate că, dacă $n \in A$, atunci $n + 4 \in A$.
- (2p) e) Să se arate că $n \in A, \forall n \in \mathbf{N}, n \geq 12$.
- (2p) f) Să se determine numărul de elemente ale mulțimii $\{n \in \mathbf{N} \mid n \notin A\}$.
- (2p) g) Să se determine suma elementelor mulțimii $\{n \in \mathbf{N} \mid n \notin A\}$.