

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ...039

M3: Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore
La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

 Se consideră mulțimea $A = \{x^2 - y^2 \mid x, y \in \mathbf{Z}\}$.

- (4p) a) Să se calculeze expresia $(x+1)^2 - x^2$.
- (4p) b) Să se arate că mulțimea A conține toate numerele întregi impare.
- (4p) c) Să se arate că $2 \notin A$.
- (4p) d) Să se verifice identitatea $(a^2 - b^2)(c^2 - d^2) = (ac + bd)^2 - (ad + bc)^2$, $\forall a, b, c, d \in \mathbf{Z}$.
- (2p) e) Să se arate că dacă $p, q \in A$, atunci $p \cdot q \in A$.
- (2p) f) Să se arate că $2004 \in A$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se scrie un număr rațional cuprins între numerele $\sqrt{7}$ și $\sqrt{8}$.
- (3p) b) Să se calculeze probabilitatea ca un element din mulțimea $\{1, 12, \dots, 20\}$ să nu se dividă cu 5.
- (3p) c) Să se determine cel mai apropiat număr natural de numărul $\sqrt{20}$.
- (3p) d) Să se calculeze media geometrică a numerelor 16 și 36.
- (3p) e) Să se calculeze suma tuturor numerelor de 3 cifre care se pot forma utilizând numai cifre din mulțimea $\{1, 4\}$.

2. Se consideră triunghiul ABC , în care $AB = 5$, $AC = 12$ și $BC = 13$.

- (3p) a) Să se calculeze $BC^2 - AB^2 - AC^2$.
- (3p) b) Să se calculeze măsura unghiului A .
- (3p) c) Să se calculeze aria triunghiului ABC .
- (3p) d) Să se calculeze lungimea înălțimii din vârful A .
- (3p) e) Să se calculeze lungimea medianei din vârful A .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră într-un plan dreptele paralele d și e . Pe dreapta d se consideră punctele distincte A_1, A_2, A_3 , iar pe dreapta e se consideră punctele distincte B_1, B_2, B_3 astfel încât $A_1B_1 \perp d$, $A_2B_2 \perp d$ și $A_1A_2 = A_2A_3 = B_1B_2 = B_2B_3 = A_1B_1 = 1$. Notăm cu M mulțimea $\{A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3\}$.

- (4p) a) Să se calculeze aria triunghiului $A_1A_2B_1$.
- (4p) b) Să se calculeze numărul de drepte care au cel puțin câte 2 puncte în mulțimea M .
- (4p) c) Să se determine numărul triunghiurilor care au toate vârfurile în mulțimea M .
- (2p) d) Să se determine numărul de patrulatere care au toate vârfurile în mulțimea M .
- (2p) e) Să se determine numărul de dreptunghiuri care să nu fie pătrate și care au toate vârfurile în mulțimea M .
- (2p) f) Să se calculeze cea mai mare arie a unui triunghi care are toate vârfurile în mulțimea M .
- (2p) g) Să se calculeze cea mai mare arie a unui dreptunghi care are toate vârfurile în mulțimea M .

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Notăm cu $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ soluțiile ecuației $f(x) = 0$.

- (4p) a) Să se determine x_1 și x_2 .
- (4p) b) Să se arate că $x_1 \notin \mathbf{Z}$ și $x_2 \notin \mathbf{Z}$.
- (4p) c) Să se arate că $x_1 + x_2 \in \mathbf{Z}$ și $x_1x_2 \in \mathbf{Z}$.
- (2p) d) Să se arate că $x_1^2 + x_2^2 \in \mathbf{Z}$.
- (2p) e) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $x_1^n + x_2^n \in \mathbf{Z}$, $\forall n \in \mathbf{N}$.
- (2p) f) Să se găsească $a \in \mathbf{R} - \mathbf{Q}$ astfel încât $f(a) \in \mathbf{N}$.
- (2p) g) Să se arate că expresia $x_1^5 + x_2^5 - x_1 - x_2$ este un număr întreg care se divide cu 5.