

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D**

Varianta ...040

**M3: Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare**
**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $9^x - 27 = 0$ .
- (4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive inecuația  $x + \frac{2}{x} \leq 3$ .
- (4p) c) Să se verifice identitatea  $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ ,  $\forall x \in (0, \infty)$ .
- (4p) d) Să se arate că  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2007 \cdot 2008} = 1 - \frac{1}{2008}$ .
- (2p) e) Să se arate că  $\log_{\frac{1}{2}} 3 - \log_{\frac{1}{2}} 12 + \log_{\frac{1}{2}} 2 = 1$ .
- (2p) f) Să se afle două numere naturale consecutive care sunt invers proporționale cu numerele 14 și 16.

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se scrie un număr irațional cuprins între 2 și 3.
- (3p) b) Să se determine cel mai mare număr real  $a$  pentru care funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = -x^2 - 4x + 1$  este strict crescătoare pe intervalul  $(-\infty, a]$ .
- (3p) c) Dacă  $A = \{a, b, c, d\}, B = \{c, d, e\}, C = \{a, d, f\}$ , să se determine  $A \cup (B \cap C)$ .
- (3p) d) Dacă  $\frac{1}{6} = 0, a_1 a_2 \dots a_n \dots$ , să se calculeze  $a_{2007}$ .
- (3p) e) Să se găsească două numere iraționale  $a$  și  $b$  cu proprietatea că suma lor este un număr rațional.

**2.** Se consideră triunghiul  $ABC$  în care măsura unui unghi este media aritmetică a măsurilor celorlalte unghiuri, iar media geometrică a lungimilor a două laturi este egală cu media lor aritmetică. Se știe că  $AB = 6$  și  $M, N, P$  sunt respectiv mijloacele laturilor triunghiului.

- (3p) a) Să se arate ca triunghiul  $ABC$  este echilateral.
- (3p) b) Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$ .
- (3p) c) Să se calculeze perimetrul triunghiului  $MNP$ .
- (3p) d) Să se calculeze aria triunghiului  $MNP$ .
- (3p) e) Să se calculeze ce procent din aria triunghiului  $ABC$  reprezintă aria triunghiului  $MNP$ .

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră cubul  $ABCD A' B' C' D'$  a cărui diagonală este egală cu  $12\sqrt{3}$ .

Notăm cu  $E$  mijlocul segmentului  $[AB]$  și cu  $F$  mijlocul segmentului  $[C'D']$ .

- (4p) a) Să se calculeze lungimea muchiei cubului.
- (4p) b) Să se calculeze aria unei fețe a cubului.
- (4p) c) Să se calculeze volumul cubului.
- (2p) d) Să se calculeze lungimea segmentului  $[EF]$ .
- (2p) e) Să se demonstreze că  $EF \perp AB$ .
- (2p) f) Să se calculeze lungimea segmentului  $AF$ .
- (2p) g) Să se calculeze aria triunghiului  $AFA'$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

- (4p) a) Să se calculeze  $A + B$ .
- (4p) b) Să se calculeze  $A - B$ .
- (4p) c) Să se calculeze  $A \cdot B$ .
- (2p) d) Să se calculeze  $3 \cdot A$ .
- (2p) e) Să se calculeze  $\det(A)$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $A^3$ .
- (2p) g) Folosind metoda inducției matematice, să se demonstreze că

$$A^n = \begin{pmatrix} 2^{n-1} & 0 & 2^{n-1} \\ 0 & 0 & 0 \\ 2^{n-1} & 0 & 2^{n-1} \end{pmatrix}, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*.$$