EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**047**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Dacă $1,2(345) = a_0, a_1 a_2 ... a_n ...$, să se calculeze a_5 .

(4p) **b)** Să se determine ultima cifră a numărului 6^{2007} .

(4p) **c)** Să se calculeze suma $1+3+5+...+17$.

(4p) **d)** Să se arate că $(17+18)^2 > 17^2 + 18^2$.

(2p) **e)** Să se afle cel mai mare dintre numerele 2^3 şi 3^2 .

(2p) **f)** Să se afle cifra *x* dacă $\overline{2x}$ se divide cu 11.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se afle numărul natural *n* care verifică relația $1+2+...+n = 45$.

(3p) **b)** Se consideră mulțimea $A = \{11,12,13,14,15\}$. Să se calculeze probabilitatea ca un element arbitrar din A să se dividă cu 7.

(3p) **c)** Să se afle câte numere de două cifre distincte se pot forma cu cifre din mulțimea $\{1,2,3\}$.

(3p) **d)** Să se afle câte numere naturale *n* verifică relația $3^n < 100$.

(3p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația $\log_2 x^2 = 4$.

2. Se consideră trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ şi $AB = 2CD = 4\sqrt{2}$ în care diagonalele se intersectează în punctul *O* şi sunt perpendiculare.

(3p) **a)** Să se calculeze $m(\hat{OAB})$.

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului $[OC]$.

(3p) **c)** Să se calculeze rapoartele $\frac{OD}{OB}$ şi $\frac{OC}{OA}$.

(3p) **d)** Să se calculeze perimetrul triunghiului OAB .

(3p) **e)** Să se calculeze aria triunghiului OAB .

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC şi dreapta d, care taie laturile AB şi AC în punctele $C' \in (AB)$ şi $B' \in (AC)$, iar dreapta BC în A'. Paralela prin C la AB taie dreapta d în punctul D.

(4p) **a)** Să se arate că $m\left(A\hat{B'}C'\right) = m\left(C\hat{B'}D\right)$.

(4p) **b)** Să se arate că $m\left(A'\hat{C'}B\right) = m\left(A'\hat{D}C\right)$.

(4p) **c)** Să se arate că triunghiurile $AB'C'$ şi $CB'D$ sunt asemenea.

(2p) **d)** Să se arate că triunghiurile $A'DC$ şi $A'C'B$ sunt asemenea.

(2p) **e)** Să se arate că $\dfrac{DC}{BC'} = \dfrac{A'C}{A'B}$.

(2p) **f)** Să se arate că $\dfrac{AC'}{DC} = \dfrac{AB'}{B'C}$.

(2p) **g)** Să se arate că $\dfrac{AC'}{C'B} \cdot \dfrac{BA'}{A'C} \cdot \dfrac{CB'}{B'A} = 1$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \middle| a,b,c,d \in \{0,1\} \right\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M$.

(4p) **b)** Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \notin M$.

(4p) **c)** Să se determine matricea din mulțimea M care are suma elementelor maximă.

(2p) **d)** Să se determine numărul matricelor din mulțimea M.

(2p) **e)** Să se determine în câte moduri putem colora o grilă 2×2 cu două culori astfel încât să nu avem două pătrățele învecinate de aceeaşi culoare (două pătrate sunt învecinate, dacă şi numai dacă au o latură comună).

(2p) **f)** Să se arate că dacă $A \in M$, atunci $\det A \in \{-1,0,1\}$.

(2p) **g)** Să se determine numărul matricelor cu determinant nenul din mulțimea M.