EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* ….055**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine media aritmetică a numerelor 13 și 17.

(4p) **b)** Să se determine $E(1)$ dacă $E(x) = 2x^2 + 1$.

(4p) **c)** Să se determine valoarea numărului real $\sqrt{75} + 1 - 5\sqrt{3}$.

(4p) **d)** Să se determine cel mai mare număr natural pătrat perfect care scris în baza 10 are două cifre.

(2p) **e)** Să se arate că $x^2 - 4x + 7 \geq 3, \forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $|x+3| = 2$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $A = \left\{ \overline{2a0b} \,\middle|\, a \text{ și } b \text{ sunt cifre în baza } 10 \right\}$

(3p) **a)** Să se determine numărul elementelor divizibile cu 2 din mulțimea A.

(3p) **b)** Să se determine numărul elementelor divizibile cu 5 din mulțimea A.

(3p) **c)** Să se determine numărul elementelor divizibile cu 4 din mulțimea A.

(3p) **d)** Să se determine toate elementele mai mici sau egale cu 2007 din mulțimea A.

(3p) **e)** Să se determine numărul tuturor elementelor mulțimii A.

2. Se consideră pătratul $ABCD$ cu lungimea laturii de 9.

(3p) **a)** Să se determine lungimea diagonalei pătratului $ABCD$.

(3p) **b)** Să se determine perimetrul pătratului $ABCD$.

(3p) **c)** Să se determine aria pătratului $ABCD$.

(3p) **d)** Să se determine lungimea laturii unui triunghi echilateral cu perimetrul egal cu perimetrul pătratului.

(3p) **e)** Să se determine lungimea înălțimii unui triunghi echilateral cu latura de lungime 12.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC; D este simetricul lui A față de mijlocul M al segmentului $[BC]$. Notăm cu S_{XYZ} aria triunghiului XYZ.

(4p) **a)** Să se demonstreze că $CD \parallel AB$.

(4p) **b)** Să se demonstreze că $m\left(\widehat{BAM}\right) = m\left(\widehat{CDM}\right)$.

(4p) **c)** Să se demonstreze că $S_{ABM} = S_{BMD}$.

(2p) **d)** Să se demonstreze că $4 \cdot S_{ABM} = S_{ABDC}$.

(2p) **e)** Să se demonstreze că dacă $AD \perp BC$, atunci triunghiul ABC este isoscel cu $AB = AC$.

(2p) **f)** Să se demonstreze că dacă $AD = BC$, atunci triunghiul ABC este dreptunghic cu $m\left(\widehat{BAC}\right) = 90^0$.

(2p) **g)** Să se demonstreze că dacă $m\left(\widehat{BAD}\right) = m\left(\widehat{CAD}\right) = 30^0$ atunci triunghiul ABC este echilateral.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $M = \left\{ A(a) \;\middle|\; A(a) = \begin{pmatrix} 1-a & a \\ -a & 1+a \end{pmatrix}, a \in \mathbf{R} \right\} \subset M_2(\mathbf{R})$ şi matricele

$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei $A(a)$, dacă $A(a) \in M$.

(4p) **b)** Să se demonstreze că matricea $I_2 \in M$.

(4p) **c)** Să se demonstreze că $(A(a))^2 - 2 \cdot A(a) + I_2 = O_2$, oricare ar fi $A(a) \in M$.

(2p) **d)** Să se demonstreze că $A(a) \cdot A(b) = A(a+b)$, oricare ar fi matricele $A(a)$ şi $A(b)$ din mulțimea M.

(2p) **e)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că, $\forall n \in \mathbf{N}^*$, avem $A(a_1) \cdot A(a_2) \cdot \ldots \cdot A(a_n) = A(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)$ oricare ar fi matricele $A(a_k) \in M$, unde $k \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

(2p) **f)** Să se demonstreze că $A^{2007}(a) = A(2007 \cdot a)$, oricare ar fi matricea $A(a) \in M$.

(2p) **g)** Să se demonstreze că matricea $\begin{pmatrix} \alpha & 1-\alpha \\ -1+\alpha & 2-\alpha \end{pmatrix}$ aparține mulțimii M, unde $\alpha \in \mathbf{R}$.