EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

Varianta ….056

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze suma primelor 3 zecimale ale numărului $\frac{2007}{2006}$.

(4p) **b)** Să se calculeze suma cifrelor numărului $6^2 \cdot 35 \cdot 2^{2005} \cdot 5^{2006}$.

(4p) **c)** Să se arate că pentru orice $k \in \mathbf{N}$ avem $\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} = \sqrt{k+1}-\sqrt{k}$.

(4p) **d)** Să se arate că $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=1$.

(2p) **e)** Să se calculeze numerele a și b, dacă suma lor este 20, câtul împărțirii lui a la b este 2 şi restul 2.

(2p) **f)** Să se scrie numărul 140 ca produs de trei numere naturale mai mari decât 1.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine numerele $n \in \mathbf{N}^*$ care verifică relația $3^n - 2\cdot 3^{n-1} < 100$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element n din mulțimea $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ să verifice relația $3^n - 2\cdot 3^{n-1} < 100$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 - 10x + 9 = 0$.

(3p) **d)** Să se determine numărul soluțiilor inecuației $n^3 - n < 120$ în mulțimea numerelor naturale.

(3p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3\left(x^2+2\right)=3$.

2. Se consideră pătratul $ABCD$ de latură 3. Punctul $M \in [AD]$ astfel încât $\frac{AM}{MD}=\frac{1}{2}$. Paralela dusă prin M la CD intersectează diagonala AC în N.

(3p) **a)** Să se calculeze lungimea segmentului $[DM]$.

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului $[AC]$.

(3p) **c)** Să se arate că triunghiurile DAC şi MAN sunt asemenea.

(3p) **d)** Să se calculeze lungimea segmentului $[MN]$.

(3p) **e)** Să se arate că $\frac{S_{AMN}}{S_{ABCD}}=\frac{1}{18}$ (Cu S_{XYZ} s-a notat aria triunghiului XYZ).

SUBIECTUL III (20p)

În triunghiul ABC considerăm punctele $D \in (BC)$, $E \in (AC)$ şi $F \in (AB)$ astfel încât dreptele AD, BE şi CF să fie concurente în M.

(4p) **a)** Să se arate că dacă pentru $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ ($b, d, b+d, b-d \neq 0$) avem $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, atunci $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\frac{AM}{MD} = \frac{S_{AMC}}{S_{CMD}}$.

(4p) **c)** Să se arate că $\frac{AM}{MD} = \frac{S_{AMB}}{S_{BMD}}$.

(2p) **d)** Să se arate că $\frac{AM}{MD} = \frac{S_{AMC} + S_{AMB}}{S_{BMC}}$.

(2p) **e)** Să se arate că $\frac{AF}{FB} = \frac{S_{AFC}}{S_{BFC}} = \frac{S_{AFM}}{S_{BFM}} = \frac{S_{AMC}}{S_{BMC}}$.

(2p) **f)** Să se arate că $\frac{AE}{EC} = \frac{S_{ABE}}{S_{BEC}} = \frac{S_{AME}}{S_{EMC}} = \frac{S_{AMB}}{S_{BMC}}$.

(2p) **g)** Să se arate că $\frac{AM}{MD} = \frac{AF}{FB} + \frac{AE}{EC}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & a+b \\ 0 & b \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in \{-1, 0, 1\} \right\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \notin M$.

(4p) **b)** Să se arate că $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in M$.

(4p) **c)** Să se determine numărul elementelor mulțimii M.

(2p) **d)** Să se determine numărul elementelor $X \in M$ cu proprietatea $X^2 \in M$.

(2p) **e)** Să se determine numărul elementelor $Y \in M$ cu proprietatea $\det Y = 0$.

(2p) **f)** Pentru $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, să se calculeze A^2.

(2p) **g)** Pentru $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, să se calculeze A^{2007}.