EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….060

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine media geometrică a numerelor 7 şi 28 .

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale şi strict pozitive ecuația $\log_2 x = -1$.

(4p) **c)** Să se determine reuniunea mulțimilor $A = \{0,1,2,3\}$ şi $B = \{0,3,5,7\}$.

(4p) **d)** Să se compare numerele 1,42 şi $\sqrt{2}$.

(2p) **e)** Să se determine cel mai mic număr natural de două cifre divizibil cu 3.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mare divizor comun al numerelor 24 şi 36 .

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $M = \{\overline{16a} \mid a = \text{cifră în baza } 10\}$

(3p) **a)** Să se determine numărul elementelor mulțimii M .

(3p) **b)** Să se determine elementele din mulțimea M divizibile cu 3 .

(3p) **c)** Să se determine numerele pare din mulțimea M .

(3p) **d)** Să se determine suma elementelor mulțimii M .

(3p) **e)** Să se determine pătratele perfecte din mulțimea M .

2. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu catetele $AB = 12$, $AC = 16$.

(3p) **a)** Să se determine lungimea ipotenuzei triunghiului ABC .

(3p) **b)** Să se determine perimetrul triunghiului ABC .

(3p) **c)** Să se determine aria triunghiului ABC.

(3p) **d)** Să se determine lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei în triunghiul ABC.

(3p) **e)** Să se determine lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei în triunghiul ABC.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră un triunghi dreptunghic ABC, cu $m(\hat{A}) = 90^\circ$ şi un punct M pe segmentul (BC). Picioarele perpendicularelor construite din M pe catetele (AB) şi (AC) se notează cu N şi P.

(4p) **a)** Să se arate că $AM^2 = AP^2 + AN^2$.

(4p) **b)** Să se arate că $MC^2 = CP^2 + AN^2$.

(4p) **c)** Să se arate că $MB^2 = AP^2 + NB^2$.

(2p) **d)** Să se arate că triunghiul MBN este asemenea cu triunghiul CBA.

(2p) **e)** Să se arate că au loc relațiile $\dfrac{AP}{AC} = \dfrac{NB}{AB} = \dfrac{MB}{BC}$.

(2p) **f)** Să se arate că $AM^2 \cdot BC^2 = AB^2 \cdot MC^2 + AC^2 \cdot MB^2$.

(2p) **g)** Dacă $BM = 2 \cdot MC$ să se arate că $AM^2 = \dfrac{1}{9} AB^2 + \dfrac{4}{9} AC^2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{x^2 - 3y^2 | x, y \in \mathbf{Z}\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $\{0,1,4,6\} \subset A$.

(4p) **b)** Să se verifice identitatea $(x^2 - 3y^2)(a^2 - 3b^2) = (xa + 3yb)^2 - 3(ay + bx)^2$, $\forall a, b, x, y \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $z, w \in A$, atunci $z \cdot w \in A$.

(2p) **d)** Să se arate că $2 \notin A$.

(2p) **e)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $6^n \in A$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **f)** Să se arate că numerele naturale de forma $3k + 2 \notin A$, $\forall k \in \mathbf{N}$.

(2p) **g)** Să se arate că mulțimea $\mathbf{Z} - A$ conține cel puțin 2005 elemente.