EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**066**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $(2x+1)(x-2)=0$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale inecuația $2x^2-3x-2\le 0$.

(4p) **c)** Să se calculeze C_7^5 .

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x=\frac{1}{27}$.

(2p) **e)** Dacă $\frac{1}{11}=0,a_1a_2...a_n...$, să se calculeze produsul $a_{12}\cdot a_{2007}$.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mic număr real a pentru care funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2-4x+1$ este strict crescătoare pe intervalul $[a,\infty)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2+x^2}=4$.

(3p) **b)** Să se scrie elementele impare din şirul de numere $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$.

(3p) **c)** Dacă mulțimea A are 5 elemente , mulțimea B are 7 elemente,iar mulțimea $A\cap B$ are 2 elemente, să se calculeze câte elemente are mulțimea $A\cup B$.

(3p) **d)** Să se afle câte dreptunghiuri de perimetru 20 au lungimile laturilor exprimate prin numere naturale.

(3p) **e)** Să se calculeze $(1+\sqrt{2})^2+(1-\sqrt{2})^2$.

2. Se consideră pătratul $ABCD$ de latură 3 şi punctul $E\in(BC)$ astfel încât $m(D\hat{A}E)=60^0$. Se notează cu F intersecția dintre AE şi DC .

(3p) **a)** Să se calculeze lungimea segmentului AF .

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului CF .

(3p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului ADF .

(3p) **d)** Să se determine distanța de la punctul D la dreapta AF .

(3p) **e)** Să se verifice că aria triunghiului ADF nu depăşeşte 90% din aria pătratului $ABCD$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC şi $D \in (AB), E \in (AC)$ astfel încât dreapta DE este paralelă cu dreapta BC. Se notează cu L şi N mijloacele segmentelor (DE) şi (BC) şi cu M intersecția segmentelor (BE) şi (DC).

(4p) **a)** Să se arate că triunghiurile ADE şi ABC sunt asemenea.

(4p) **b)** Să se arate că dacă punctele Q şi P aparțin segmentului (BC) şi $\frac{PB}{PC} = \frac{QB}{QC}$, atunci $P = Q$.

(4p) **c)** Să se arate că punctele A, L şi N sunt coliniare .

(2p) **d)** Să se arate că triunghiurile ADL şi ABN sunt asemenea .

(2p) **e)** Să se arate că triunghiurile DME şi CMB sunt asemenea.

(2p) **f)** Să se arate că triunghiurile DML şi CMN sunt asemenea.

(2p) **g)** Să se arate că punctul M aparține dreptei AN.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră $n \in \mathbf{N}, n \geq 2$, numerele reale $a, b, c, a_1, ..., a_n, b_1, ..., b_n \in \mathbf{R}$ care verifică relația $b_1^2 - b_2^2 - ... - b_n^2 > 0$ şi funcțiile $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $g(x) = (a_1 x + b_1)^2 - (a_2 x + b_2)^2 - ... - (a_n x + b_n)^2$.

(4p) **a)** Să se arate că, dacă $a = 0$ şi $b \neq 0$, atunci există $d, e \in \mathbf{R}$, astfel încât $f(d) \cdot f(e) < 0$.

(4p) **b)** Să se verifice că, dacă $a \neq 0$, atunci $f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right], \forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Pentru $a \neq 0$, să se calculeze $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.

(2p) **d)** Să se arate că , dacă $a \neq 0$ şi există $u, v \in \mathbf{R}$, astfel încât $f(u) \cdot f(v) \leq 0$, atunci $b^2 - 4ac \geq 0$.

(2p) **e)** Să se arate că

$$g(x) = \left(a_1^2 - a_2^2 - ... - a_n^2\right)x^2 + 2x\left(a_1 b_1 - a_2 b_2 - ... - a_n b_n\right) + \left(b_1^2 - b_2^2 - ... - b_n^2\right), \quad \forall x \in \mathbf{R}.$$

(2p) **f)** Să se arate că $g(0) \cdot g\left(-\frac{b_1}{a_1}\right) \leq 0$.

(2p) **g)** Să se arate că $\left(a_1^2 - a_2^2 - ... - a_n^2\right) \cdot \left(b_1^2 - b_2^2 - ... - b_n^2\right) \leq \left(a_1 b_1 - a_2 b_2 - ... - a_n b_n\right)^2$.