EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….069

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 + 7x - 8 = 0$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2 + 7x - 8 < 0$.

(4p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale şi strict pozitive ecuația $\log_3 x = 3$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x = 125$.

(2p) **e)** Dacă $\frac{1}{11} = 0, a_1 a_2 ... a_n ...$, să se calculeze a_{2006}.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mare număr real a pentru care funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 1$ este strict descrescătoare pe intervalul $(-\infty, a]$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine toate numerele $n \in \mathbf{N}^*$, care verifică relația $n! \le 100$.

(3p) **b)** Să se scrie toate elementele din mulțimea $\{10, 11, 12, ..., 35\}$ care se divid cu 5.

(3p) **c)** Dacă $A = \{1,2,3,4\}, B = \{3,4,5,6\}, C = \{6,7,8\}$, să se determine mulțimea $A \cup (B \cap C)$.

(3p) **d)** Să se calculeze produsul primelor 10 zecimale ale numărului $\sqrt{170}$.

(3p) **e)** Să se scrie toate elementele din şirul $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$, care se divid cu 3.

2. Se consideră triunghiurile asemenea ABC şi DEF astfel încât $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \sqrt{3}$.

(3p) **a)** Să se calculeze raportul dintre perimetrul triunghiului ABC şi perimetrul triunghiului DEF.

(3p) **b)** Să se calculeze aria triunghiului DEF, ştiind că aria triunghiului ABC este egală cu 10.

(3p) **c)** Dacă înălțimea din A a triunghiului ABC are lungimea 7, să se calculeze lungimea înălțimii din D a triunghiului DEF.

(3p) **d)** Dacă măsura unghiului A al triunghiului ABC este 50°, să se calculeze măsura unghiului D al triunghiului DEF.

(3p) **e)** Dacă lungimea laturii AC este 10, să se calculeze lungimea laturii DF.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră un triunghi ABC şi dreapta (d) care intersectează segmentele (AC) în E, (AB) în F şi prelungirea laturii BC în D. Picioarele perpendicularelor din A, B, C pe dreapta (d) se notează cu M, N, P. Notăm cu S_{AFM} aria triunghiului AFM, iar cu S_{BFN} aria triunghiului BFN.

(4p) **a)** Să se arate că $\frac{FA}{FB} = \frac{AM}{BN}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\frac{EC}{EA} = \frac{CP}{AM}$.

(4p) **c)** Să se arate că $\frac{DB}{DC} = \frac{BN}{CP}$.

(2p) **d)** Să se arate că $\frac{FA}{FB} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{DB}{DC} = 1$.

(2p) **e)** Să se arate că $\frac{S_{AFM}}{S_{BFN}} = \left(\frac{AM}{BN}\right)^2$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă punctele X, Y aparţin segmentului (GH) şi $\frac{XG}{XH} = \frac{YG}{YH}$, atunci $X = Y$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă punctele I, J, K sunt pe laturile triunghiului RST, $I \in (RS), J \in (ST)$ şi K este pe prelungirea laturii RT astfel încât $\frac{IR}{IS} \cdot \frac{JS}{JT} \cdot \frac{KT}{KR} = 1$, atunci punctele I, J, K sunt coliniare.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulţimea $M = \{x^2 - 2y^2 \mid x, y \in \mathbf{Z}\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $\{0, 1, 2, 4\} \subset M$.

(4p) **b)** Să se verifice identitatea $(a^2 - 2b^2) \cdot (x^2 - 2y^2) = (ax + 2by)^2 - 2(ay + bx)^2$, $\forall a, b, x, y \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $p, q \in M$, atunci $p \cdot q \in M$.

(2p) **d)** Să se arate că $3 \notin M$.

(2p) **e)** Să se găsească două elemente s şi t, care nu aparţin mulţimii M, cu proprietatea că $s \cdot t \in M$.

(2p) **f)** Să se găsească două elemente u şi v, $u \notin M$ si $v \in M$, cu proprietatea că $u \cdot v \notin M$.

(2p) **g)** Să se arate că mulţimea $\mathbf{Z} - M$ conţine cel puţin 2007 elemente.