

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ...090

M3: Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare
NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore
La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete
SUBIECTUL I (20p)

- (4p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 - 4 = 0$.
- (4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $|2x - 4| \leq 0$.
- (4p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale și strict pozitive ecuația $\log_7 x + \log_7 2 = 1$.
- (4p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $32^x = 16$.
- (2p) e) Dacă $\frac{1}{37} = 0, a_1 a_2 \dots a_n \dots$, să se calculeze a_{2006} .
- (2p) f) Să se determine cel mai mare număr real a , pentru care funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -x^2 - 4x + 1$ este strict crescătoare pe intervalul $(-\infty, a]$.

SUBIECTUL II (30p)
1.

- (3p) a) Să se determine toate numerele $n \in \mathbf{N}^*$, care verifică relația $n^3 \leq 1000$.
- (3p) b) Să se scrie toți multiplii lui 13 din mulțimea $\{10, 11, 12, \dots, 95\}$.
- (3p) c) Dacă $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e, f\}$, să se calculeze mulțimea $A \cup B$.
- (3p) d) Să se calculeze produsul primelor 4 zecimale ale numărului $\sqrt{290}$.
- (3p) e) Să se scrie toate elementele din șirul $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$ care sunt numere impare.

2.

- (3p) a) Să se calculeze ipotenuza unui triunghi dreptunghic isoscel cu catetele de 3.
- (3p) b) Să se calculeze aria unui triunghi dreptunghic isoscel cu ipotenuza de $3\sqrt{2}$.
- (3p) c) Să se calculeze mediana corespunzătoare ipotenuzei unui triunghi dreptunghic isoscel cu ipotenuza egală cu 4.
- (3p) d) Să se calculeze perimetrul unui triunghi dreptunghic isoscel cu aria egală cu 1.
- (3p) e) Să se calculeze aria unui pătrat cu perimetrul egal cu 16.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC și punctele $D \in (BC)$, $E \in (AC)$ și $F \in (AB)$. Notăm $\{M\} = (BE) \cap (AD)$, $\{N\} = (BE) \cap (CF)$ și $\{P\} = (CF) \cap (AD)$. Punctul P este pe segmentul (AM) , iar punctul M este pe segmentul (BN) . Dacă XYZ este un triunghi, notăm cu S_{XYZ} aria sa.

- (4p) a) Să se arate că $S_{ABC} = S_{ABM} + S_{BCN} + S_{CAP} + S_{MNP}$.
- (4p) b) Să se arate că, dacă $S_{ABC} = S_{ABD} + S_{BCE} + S_{CAF}$, atunci $S_{MNP} = S_{FAP} + S_{BDM} + S_{CEN}$.
- (4p) c) Să se arate că, dacă $S_{MNP} = S_{FAP} + S_{BDM} + S_{CEN}$, atunci $S_{ABC} = S_{ABD} + S_{BCE} + S_{CAF}$.
- (2p) d) Să se arate că $\frac{S_{BAD}}{S_{ABC}} = \frac{BD}{BC}$.
- (2p) e) Să se arate că, dacă $S_{MNP} = S_{FAP} + S_{BDM} + S_{CEN}$, atunci $\frac{BD}{BC} + \frac{CE}{AC} + \frac{AF}{AB} = 1$.
- (2p) f) Să se arate că, dacă $\frac{BD}{BC} + \frac{CE}{AC} + \frac{AF}{AB} = 1$, atunci $S_{MNP} = S_{FAP} + S_{BDM} + S_{CEN}$.
- (2p) g) Să se arate că, dacă triunghiul ABC este echilateral și $S_{MNP} = S_{FAP} + S_{BDM} + S_{CEN}$, atunci $BD + CE = BF$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră mulțimea $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{10}\}$.

- (4p) a) Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A \cap \{1, 2, 3, \dots, 10\}$.
- (4p) b) Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $\{(a, b) \mid a \in A, b \in A\}$.
- (4p) c) Să se determine cea mai mare valoare a raportului $\frac{a}{b}$, unde $a, b \in A$.
- (2p) d) Să se determine cea mai mare valoare a produsului $a \cdot b$, unde $a, b \in A$.
- (2p) e) Să se determine câte elemente de forma $\frac{a}{b}$, unde $a, b \in A$ sunt numere raționale.
- (2p) f) Să se arate că produsul tuturor elementelor mulțimii A este un număr irațional.
- (2p) g) Să se determine numărul de submulțimi ale mulțimii A care au numai elemente naturale.