

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

Proba scrisă la MATEMATICĂ

**PROBA D**

Varianta ...096

**M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare**
**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $|x - 4| = 0$ .
- (4p) b) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația  $x^2 - 100 < 0$ .
- (4p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația  $\log_4 x = -1$ .
- (4p) d) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $8^x = 16$ .
- (2p) e) Dacă  $\frac{1}{13} = 0, a_1 a_2 \dots a_n \dots$ , să se calculeze  $a_{2007}$ .
- (2p) f) Să se determine cel mai mare număr real  $a$ , pentru care funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  
 $f(x) = x^2 + 2x + 1$ , este strict descrescătoare pe intervalul  $(-\infty, a]$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se determine toate numerele  $n \in \mathbf{N}^*$ , care verifică relația  $10 \leq n! \leq 10000$ .
- (3p) b) Să se determine toate elementele din mulțimea  $\{10, 11, 12, \dots, 35\}$  care se divid cu 6.
- (3p) c) Dacă  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 6\}$ , să se determine mulțimea  $A \cap B$ .
- (3p) d) Să se calculeze produsul primelor 4 zecimale ale numărului  $\sqrt{197}$ .
- (3p) e) Să se scrie toate elementele din șirul  $C_4^0, C_4^1, C_4^2, C_4^3, C_4^4$  care se divid cu 4.

**2.**

- (3p) a) Să se calculeze perimetrul unui triunghi echilateral cu aria de  $4\sqrt{3}$ .
- (3p) b) Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de  $\sqrt{5}$ .
- (3p) c) Să se calculeze înălțimea unui triunghi echilateral cu latura de 6.
- (3p) d) Să se calculeze perimetrul unui triunghi dreptunghic isoscel cu aria de 4.
- (3p) e) Să se calculeze aria unui triunghi dreptunghic isoscel cu perimetrul de 8.

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră un triunghi  $ABC$  și punctul  $D \in (AB)$ . Paralela prin  $A$  la  $CD$  taie dreapta  $BC$  în  $E$ , iar paralela prin  $B$  la  $CD$  taie dreapta  $AC$  în  $F$ .

- (4p) a) Să se arate că triunghiurile  $CAD$  și  $FAB$  sunt asemenea.
- (4p) b) Să se arate că triunghiurile  $CBD$  și  $EBA$  sunt asemenea.
- (4p) c) Să se arate că  $\frac{CD}{BF} = \frac{AD}{AB}$ .
- (2p) d) Să se arate că  $\frac{CD}{AE} = \frac{DB}{AB}$ .
- (2p) e) Să se arate că  $\frac{1}{BF} + \frac{1}{AE} = \frac{1}{CD}$ .
- (2p) f) Dacă în plus, semidreapta  $(CD$  este bisectoarea unghiului  $\hat{ACB}$  și  $m(\hat{ACB}) = 120^\circ$ , să se arate că triunghiul  $ACE$  este echilateral.
- (2p) g) În ipoteza de la punctul f), să se arate că  $\frac{1}{CA} + \frac{1}{CB} = \frac{1}{CD}$ .

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Un număr natural  $n \geq 2$  se numește “*interesant*”, dacă există numerele prime  $p$  și  $q$  (nu neapărat diferite), astfel încât  $n = p \cdot q$ . Se notează cu  $A$  mulțimea tuturor numerelor “*interesante*”.

- (4p) a) Să se verifice că  $4 \in A$  și  $5 \notin A$ .
- (4p) b) Să se verifice că  $33 \in A$ ,  $34 \in A$ ,  $35 \in A$  și  $36 \notin A$ .
- (4p) c) Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea  $A \cap \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ .
- (2p) d) Să se arate că, dacă  $n \in A$  și  $n$  se divide cu 4, atunci  $n = 4$ .
- (2p) e) Să se arate că, dacă avem 4 numere naturale consecutive, atunci unul dintre ele se divide cu 4.
- (2p) f) Să se arate că mulțimea  $A$  conține cel puțin 2006 elemente.
- (2p) g) Să se arate că mulțimea  $A$  **nu** conține 4 numere naturale consecutive.