EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**099**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3x^2+8x-11=0$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $3x^2+8x-11<0$.

(4p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $6^x-6=0$.

(4p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, strict pozitive, ecuația $\log_4 x=3$.

(2p) **e)** Să se calculeze suma $S=C_5^0-C_5^1+C_5^2-C_5^3+C_5^4-C_5^5$.

(2p) **f)** Să se compare numerele $1{,}55$ şi $\sqrt{3}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se scrie un număr rațional cuprins între numerele $\sqrt{2}$ şi $\sqrt{3}$.

(3p) **b)** Să se scrie toate elementele din mulțimea $\{11,12,...,20\}$ care **nu** se divid cu 3 .

(3p) **c)** Dacă $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{c,d,e\}$, să se calculeze mulțimea $A\cup B$.

(3p) **d)** Să se calculeze produsul primelor 10 zecimale ale numărului $\sqrt{101}$.

(3p) **e)** Să se scrie toate numerele de 3 cifre care se pot forma utilizând numai cifre din mulțimea $\{2,3\}$.

2. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu catetele $AB=7$ şi $AC=24$. Piciorul perpendicularei din A pe latura BC se notează cu D.

(3p) **a)** Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC.

(3p) **b)** Să se calculeze lungimea înălțimii AD a triunghiului ABC.

(3p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului ABC.

(3p) **d)** Să se calculeze lungimea medianei din A a triunghiului ABC.

(3p) **e)** Să se calculeze lungimea segmentului BD.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră paralelogramul $ABCD$ în care diagonala (AC) este mai lungă decât diagonala (BD) .Din punctul C ducem perpendiculare pe dreptele AB şi AD şi notăm picioarele lor cu E , respectiv F . Mai notăm cu G piciorul perpendicularei din B pe (AC).

(4p) **a)** Să se arate că triunghiurile AEC şi AGB sunt asemenea.

(4p) **b)** Să se arate că triunghiurile AFC şi CGB sunt asemenea.

(4p) **c)** Să se arate că $AB \cdot AE = AC \cdot AG$.

(2p) **d)** Să se arate că $BC \cdot AF = AC \cdot GC$.

(2p) **e)** Să se arate că $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$.

(2p) **f)** Să se arate că $AB^2 + AD^2 \leq AC^2$.

(2p) **g)** Să se arate că $CE^2 + CF^2 \leq AC^2$.

SUBIECTUL IV (20p)

(4p) **a)** Să se verifice că $(1-x)(1-y) = 1 - x - y + xy$, $\forall x, y \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $1 - x - x^3 + x^4 = 0$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $x \in (-\infty, 1]$ şi $y \in [1, \infty)$, atunci $xy \leq x + y - 1$.

(2p) **d)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că, dacă $n \in \mathbf{N}^*$,

$a_1, a_2, ..., a_n \in (0, \infty)$ şi $a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n = 1$, atunci $a_1 + a_2 + ... + a_n \geq n$.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $a, b, c \in \mathbf{Z}$ şi $a + b + c = 0$, atunci $2^a + 2^b + 2^c \geq 3$.

(2p) **f)** Să se arate că , dacă $x_1, x_2, ..., x_n \in (0, \infty)$, atunci $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_3} + ... + \frac{x_{n-1}}{x_n} + \frac{x_n}{x_1} \geq n$.

(2p) **g)** Să se arate că , dacă $a_1, a_2, ..., a_n \in (1, \infty)$, atunci

$$\frac{log_2 a_1}{log_2 a_2} + \frac{log_2 a_2}{log_2 a_3} + ... + \frac{log_2 a_{n-1}}{log_2 a_n} + \frac{log_2 a_n}{log_2 a_1} \geq n .$$