EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta **100**

M3:Proba d. Filiera Vocațională: profil Pedagogic, specializările învățător-educatoare

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $2x^2 - x - 3 = 0$.

(4p) **b)** Să se determine mulțimea valorilor întregi ale lui x care verifică inegalitatea $2x^2 - x - 3 \le 0$.

(4p) **c)** Să se rezolve în **R** ecuația $2^{x+1} - 1 = 7$.

(4p) **d)** Să se rezolve ecuația $\log_3\left(x^2 + 11\right) = 3$.

(2p) **e)** Să se calculeze suma $C_3^1 + C_4^3$.

(2p) **f)** Să se determine toate perechile de mulțimi (X, Y) ştiind că $X \cup Y = \{1, 2\}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine numărul de numere pare din mulțimea $\{6, 9, 12, ..., 60\}$.

(3p) **b)** Să se determine numărul de elemente din mulțimea $\{2, 4, 6, ..., 52\}$ care sunt divizibile cu 3.

(3p) **c)** Să se determine numărul de submulțimi ale mulțimii $\{1, 2, 4, 5, 7\}$ care conțin numai elemente pare.

(3p) **d)** Să se determine numărul de funcții $f : \{1, 2, 4\} \to \{3, 4\}$ cu proprietatea că $f(1) - f(2) = 1$.

(3p) **e)** Să se găsească numărul de drepte determinate de cele patru vârfuri ale unui patrulater convex.

2. Se consideră pătratul $ABCD$ de latură 8 şi centru *O*. Pe planul pătratului se construieşte perpendiculara *VO* de lungime 4.

(3p) **a)** Să se determine numărul axelor de simetrie ale pătratului.

(3p) **b)** Să se determine numărul pătratelor de latură 4 cu care se poate parcheta suprafața pătratului $ABCD$.

(3p) **c)** Să se calculeze distanța de la *O* la laturile pătratului $ABCD$.

(3p) **d)** Să se calculeze distanța de la *V* la laturile pătratului $ABCD$.

(3p) **e)** Să se calculeze aria laterală a piramidei $VABCD$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră triunghiul ABC cu AB=AC=10 , BC=8 şi punctele M, N, P mijloacele segmentelor AB, AC şi respectiv BC.

(4p) **a)** Să se arate că segmentele AM şi PN au aceeaşi lungime.

(4p) **b)** Să se determine lungimea segmentului AP .

(4p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului ABC .

(2p) **d)** Să se arate că patrulaterul $AMPN$ este romb.

(2p) **e)** Să se determine lungimea segmentului CM.

(2p) **f)** Să se determine $\sin\left(A\hat{P}M\right)$.

(2p) **g)** Să se determine lungimea înălțimii din C a triunghiului ABC .

SUBIECTUL IV (20p)

Pentru orice $n \in \mathbf{N}^*$ se consideră suma $S_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(4p) **a)** Să se arate că $S_3 = \frac{3}{4}$.

(4p) **b)** Să se arate că $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}, \forall k \in \mathbf{N}^*$.

(4p) **c)** Să se demonstreze, folosind metoda inducției matematice, că $S_n = \frac{n}{n+1}, \forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **d)** Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$ ştiind că $S_n < \frac{4}{5}$

(2p) **e)** Să se determine $n \in \mathbf{N}^*$ ştiind că $\frac{6}{S_n} \in \mathbf{N}$.

(2p) **f)** Să se arate că $\frac{1}{(k+1)^2} < \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}, \forall k \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se arate că $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{2007^2} < 2 - \frac{1}{2007}$.